

KAJIAN KEADAAN TERMODINAMIK GAS ARGON MODEL GAS IDEAL, VAN DER WAALS, SONG MASON, DAN BEATTIE BRIDGEMAN BERDASARKAN KOMPUTASI NEWTON RAPHSO

Kartika Dwi Putri, Ali Warsito, dan Andreas Ch Louk

*Jurusan Fisika, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Nusa Cendana, Jl. Adisucipto Penfui, Kupang, Nusa Tenggara Timur, 85001, Indonesia
E-mail: ali.warsito@staf.undana.ac.id*

Abstrak

Telah dilakukan kajian komputasi keadaan termodinamik gas argon berdasarkan variasi P, V dan T dengan tujuan memperoleh formulasi komputasi numerik Newton Raphson terhadap model Gas Ideal, Van Der Waals, Song Mason dan Beattie Bridgeman, mendapatkan pola perubahan keadaan termodinamika didasarkan pada terapan keempat model serta memperoleh tingkat akurasi solusi dari implementasi metode Newton Raphson didasarkan pada solusi analitik. Solusi dari keempat persamaan keadaan tersebut secara analitik bisa saja dilakukan, namun akan membutuhkan waktu yang lebih lama dan cukup sulit sehingga digunakan metode komputasi Newton Raphson sebagai solusi alternatif. Hasil penelitian menunjukkan penggunaan keempat model untuk perhitungan nilai tekanan, volume dan temperatur (P-V-T) dengan memberikan asumsi nilai massa untuk senyawa Argon $m = 3$ kg, dengan $P = 744$ kPa, $V = 0,2$ m³ dan $T = 250$ memberikan solusi yang akurat. Konvergensi metode Newton Raphson menuju solusi cepat dengan hasil yang didapat sesuai dengan perhitungan secara analitik. Error relatif maksimum metode analitik maupun metode numerik, $Er = 0,052069085$ pada toleransi error $Er = 1 \times 10^{-04}$

Kata kunci: Argon; Gas Ideal; Van der Waals; Song Mason; Beattie Bridgeman; komputasi numerik; metode Newton Raphson.

Abstract

A computational study of the thermodynamic state of argon gas based on variations of P, V and T has been carried out with the aim of obtaining a numerical computational formulation of Newton Raphson on the Ideal Gas, Van Der Waals, Song Mason and Beattie Bridgeman models, obtaining a pattern of changes in the thermodynamic state based on the application of the four models and obtaining The solution accuracy level of the Newton Raphson method implementation is based on analytical solutions. The solution of the four equations of state is analytically possible, but it will take a longer time and is quite difficult, so Newton Raphson's computational method is used as an alternative solution. The results showed that the use of the four models for calculating the value of pressure, volume and temperature (P-V-T) by assuming the mass value for Argon compounds $m = 3$ kg, with $P = 744$ kPa, $V = 0.2$ m³ and $T = 250$ gave an accurate solution. . The convergence of the Newton Raphson method towards a fast solution with the results obtained in accordance with analytical calculations. The maximum relative error of analytical and numerical methods, $Er = 0.052069085$ at error tolerance $Er = 1 \times 10^{-04}$.

Keywords: Argon; Ideal Gases; Van der Waals; Song Masons; Beattie Bridgeman; numerical computing; Newton Raphson's method.

PENDAHULUAN

Persamaan gas ideal yang diperoleh secara empirik dari hasil pengamatan Boyle, Gay Lussac serta yang lainnya ternyata hanya sesuai untuk keadaan gas pada temperatur agak tinggi dan tekanan rendah. Pada percobaan untuk meneliti hubungan termodinamika yakni tekanan, volume dan juga temperatur (P-V-T)

suatu gas ditemukan bahwa ia menyimpang dari keadaan ideal. Hal ini dikarenakan adanya gaya tarik-menarik antarmolekul (terutama pada tekanan tinggi) dan volum molekul-molekulnya tidak dapat diabaikan begitu saja. Jenis persamaan keadaan yang dapat digunakan untuk mengkaji suatu kasus gas nyata (non-ideal) yakni persamaan keadaan Van Der

Waals, Song Mason, dan Beattie Bridgeman. Ketiga persamaan keadaan ini merupakan persamaan nonlinear dengan permodelan matematika yang muncul dalam bentuk yang tidak ideal.[1]

Solusi fisis secara analitik bisa dilakukan, namun tidak efektif dan efisien. Tuntutan aspek akurasi dan presisi dalam perhitungan sifat gas terhadap hasil instrumentasi eksperimental telah mendorong pemanfaatan metode perhitungan numerik dengan bantuan teknologi komputer atau metode komputasi numerik. Komputasi (computation) atau sains komputasi adalah bagian integral sains modern dengan kemampuan eksploitasi “kekuatan” komputer secara efektif didalam aktivitas seorang saintis, memadukan intuisi fisika, metode numerik dan pemrograman komputer [2]. Penyelesaian solusi untuk ketiga persamaan keadaan termodinamika gas nyata berbentuk model non linear diatas dapat diselesaikan dengan metode numerik Newton Raphson.

Sudut pandang termodinamika yang penting dari argon terletak pada kesederhanaan molukel. Saat molukel adalah monoatomik, nonpolar dan benar-benar bulat, cairan argon umumnya digunakan sebagai referensi menguji pendekatan molukeler untuk memprediksi sifat termodinamika dan untuk mengkalibrasi data baru untuk pengukuran termodinamika [3].

MATERI DAN METODE

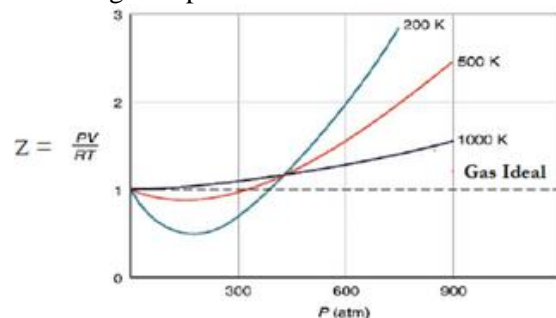
Gas Ideal dan Gas Nyata

Gas ideal adalah gas teoritis yang terdiri dari partikel-partikel titik yang bergerak secara acak dan tidak saling berinteraksi. Secara umum gas berperilaku seperti gas ideal pada temperatur tinggi dan tekanan rendah, karena kerja yang melawan gaya intermolekuler menjadi jauh lebih kecil bila dibandingkan dengan energi kinetik partikel, dan ukuran molekul juga menjadi jauh lebih kecil bila dibandingkan dengan ruang kosong antar molekul. Formulasi untuk persamaan Gas Ideal adalah sebagai berikut:

$$PV = nRT \quad (1)$$

Oleh karena gas secara nyata tidak memenuhi gas ideal, para peneliti melakukan pendekatan persamaan keadaan gas yang lebih sesuai untuk keadaan gas nyata (real gas). Dalam gas nyata, molekul gas berinteraksi satu sama lain sehingga pada kompresi dan ekspansi terjadi perubahan energi kinetik gas. Faktor

kompresi digunakan sebagai perbandingan antara gas ideal dan gas nyata digambarkan melalui grafik pada Gambar 1



Gambar 1. Perbandingan kompresi gas nyata terhadap gas ideal [4]

Berdasarkan Gambar 1, gas nyata memiliki sifat sebagaimana gas ideal pada tekanan sangat kecil ($\cong 0 \text{ atm}$) dan pada kenaikan tekanan kompresi mengalami perubahan sesuai karakteristik gas [4].

Model Persamaan Van der Waals

Johannes Diderik van der Waals adalah seorang fisikawan asal Belanda yang mengusulkan persamaan keadaan gas nyata dengan modifikasi persamaan gas ideal yang dilakukan dengan dua cara, yaitu cara pertama menambahkan koreksi pada tekanan (P) untuk mencakup interaksi antarmolekul dan cara kedua dengan mengurangi Volume (V) yang menjelaskan volume nyata molekul gas. Formulasi untuk persamaan Van der Waals adalah sebagai berikut:

$$\left(P + \frac{n^2a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \quad (2)$$

Model Persamaan Song Mason

Song dan Mason memperoleh persamaan analitis keadaan untuk *convex-molucule fluids* berdasarkan statistik mekanis teori perturbasi, yaitu:

$$\frac{P}{\rho kT} = 1 + B_2(T)\rho + \alpha(T)\rho[G(\eta) - 1] \quad (3)$$

Model Persamaan Beattie Bridgeman

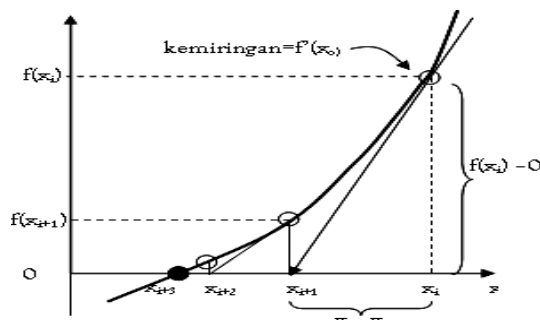
Persamaan keadaan Beattie-Bridgeman digunakan untuk mengembangkan persamaan beberapa sifat termodinamika dan proses aliran faktor koreksi untuk gas. Kenaikan kalor jenis karena getaran molekul diatomik dimasukkan dengan mengasumsikan molekul menjadi osilator harmonik sempurna. Termodinamika dan persamaan proses aliran secara teoritis dikembangkan. Khusus proses aliran yang

diselidiki adalah ekspansi isentropik dan aliran melalui gelombang kejut biasa [5]. Persamaan keadaan Beattie-Bridgeman untuk gas tidak sempurna adalah sebagai berikut:

$$P = \frac{RT}{v^2} \left(1 - \frac{c}{vT^3}\right) \left[v + B_0 \left(1 - \frac{b}{v}\right)\right] - \frac{A_0}{v^2} \left(1 - \frac{a}{v}\right) \quad (4)$$

Metode Newton Raphson

Metode Newton Raphson adalah metode iterasi lain untuk memecahkan persamaan $f(x)=0$, dengan f diasumsikan mempunyai turunan kontinu f' . Dengan menggunakan suatu nilai x_i sebagai tebakan awal yang diperoleh dengan melokalisasi akar-akar dari $f(x)$ terlebih dahulu, kemudian ditentukan x_{i+1} sebagai titik potong antara sumbu x dan garis singgung pada kurva fdi titik $(x_i, f(x_i))$. Prosedur yang sama diulang, menggunakan nilai terbaru sebagai nilai coba untuk iterasi seterusnya.



Gambar 2. Ilustrasi geometris metode Newton Raphson [2,6]

Langkah-langkah metode Newton-Raphson untuk mencari akar persamaan $f(x) = 0$ yakni:

1. Evaluasi $f'(x)$ secara simbolis
2. Gunakan tebakan awal akar, x_i , untuk memperkirakan nilai baru dari akar, x_{i+1} , dengan menggunakan persamaan $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$ (5)
3. Temukan kesalahan perkiraan relatif absolut $|\epsilon_a|$ sebagai $|\epsilon_a| = \left| \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}} \right| \times 100$ (6)
4. Bandingkan kesalahan perkiraan relatif absolut dengan relatif yang telah ditentukan sebelumnya toleransi kesalahan, ϵ_s . Jika $|\epsilon_a| > \epsilon_s$, lanjutkan ke Langkah 2, jika tidak, hentikan algoritma.

Dan juga, periksa apakah jumlah iterasi telah melebihi jumlah iterasi maksimum yang diperbolehkan [6].

METODE

Penelitian dilakukan dengan cara menentukan nilai Tekanan, Volume dan Temperatur secara komputasi dengan menggunakan empat model yaitu persamaan gas ideal, persamaan keadaan Van der Waals, persamaan keadaan Song Mason dan persamaan keadaan Beattie Bridgeman untuk Argon yang diimplementasikan ke dalam Metode Newton Raphson. Masing-masing persamaan keadaan yang telah diformulasikan ke dalam metode Newton Raphson tersebut dimasukkan ke dalam program menggunakan Software Python.

Python dipilih karena menjadi bahasa pemrograman interpretatif yang luas penggunaannya, mudah dipelajari serta berfokus pada keterbacaan kode dan multiplatform. [6]

Penentuan tekanan, volume dan temperature memuat implemetasi Newton Raphson dalam kode Python didasarkan pada diagram alir pada gambar 3, 4 dan 5.

1. Penentuan Tekanan

Berdasarkan dari persamaan (1), (2), (3), dan (4) berturut-turut didapat nilai $f(P)$ dan $f'(P)$ untuk penentuan tekanan untuk masing-masing model adalah sebagai berikut:

$$\bullet \quad f(P) = P - \frac{nRT}{V} \quad (7)$$

$$f'(P) = 1 \quad (8)$$

$$\bullet \quad f(P) = \left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) - RT \quad (9)$$

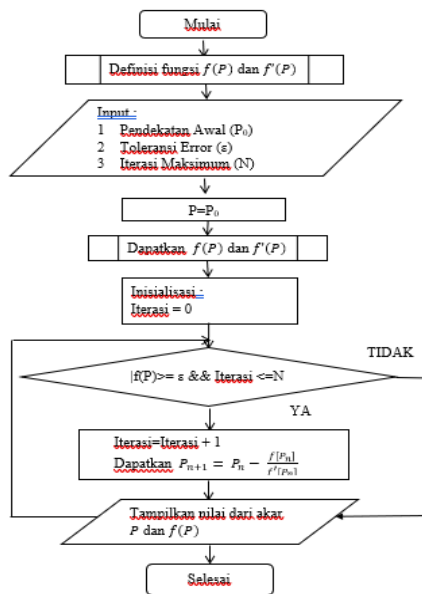
$$f'(P) = v - b \quad (10)$$

$$\bullet \quad f(P) = \frac{P}{\rho kT} - 1 - B_2(T)\rho - \alpha(T)\rho \left[\left(\frac{1 - \gamma_1 \eta + \gamma_2 \eta^2}{(1 - \eta)^3} \right) - 1 \right] \quad (11)$$

$$f'(P) = \frac{P}{\rho kT} \quad (12)$$

$$\bullet \quad f(P) = P - \frac{RT}{v^2} \left(1 - \frac{c}{vT^3}\right) \left[v + B_0 \left(1 - \frac{b}{v}\right)\right] + \frac{A_0}{v^2} \left(1 - \frac{a}{v}\right) \quad (13)$$

$$f'(P) = 1 \quad (14)$$



Gambar 3. Flowchart Metode Numerik Newton Raphson untuk Perhitungan Tekanan

2. Penentuan Volume

Berdasarkan dari persamaan (1), (2), (3), dan (4) berturut-turut didapat nilai $f(V)$ dan $f'(V)$ untuk penentuan volume untuk masing-masing model adalah sebagai berikut:

$$\bullet f(V) = P - \frac{nRT}{V} \quad (15)$$

$$f'(V) = \frac{nRT}{V^2} \quad (16)$$

$$\bullet f(V) = \left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) - RT \quad (17)$$

$$f'(V) = P - \frac{a}{v^2} + \frac{2ab}{v^3} \quad (19)$$

$$\bullet f(V) = P - \frac{RT}{v^2} \left(1 - \frac{c}{vT^3}\right) \left[v + B_0 \left(1 - \frac{b}{v}\right)\right] + \frac{A_0}{v^2} \left(1 - \frac{a}{v}\right) \quad (20)$$

$$f'(V) = -\frac{2RT}{v^3} + \frac{2RTc}{v^3T^3} + \frac{3RTcB_0}{v^4T^3} - \frac{4RTbB_0}{v^3T^3} + \frac{2A_0}{v^3} - \frac{3A_0a}{v^4} \quad (21)$$

3. Penentuan Temperatur

Berdasarkan dari persamaan (1), (2), (3), dan (4) berturut-turut didapat nilai $f(T)$ dan $f'(T)$ untuk penentuan temperatur untuk masing-masing model adalah sebagai berikut:

$$\bullet f(P) = P - \frac{nRT}{V} \quad (22)$$

$$f'(P) = -\frac{nR}{V} \quad (23)$$

$$\bullet f(P) = \left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) - RT \quad (24)$$

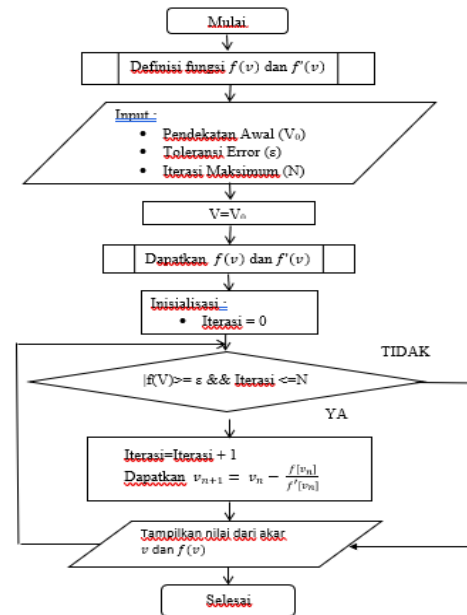
$$f'(P) = -R \quad (25)$$

$$\bullet f(P) = \frac{P}{\rho kT} - 1 - B_2(T)\rho - \alpha(T)\rho \left[\frac{(1-\gamma_1\eta + \gamma_2\eta^2)}{(1-\eta)^3} - 1\right] \quad (26)$$

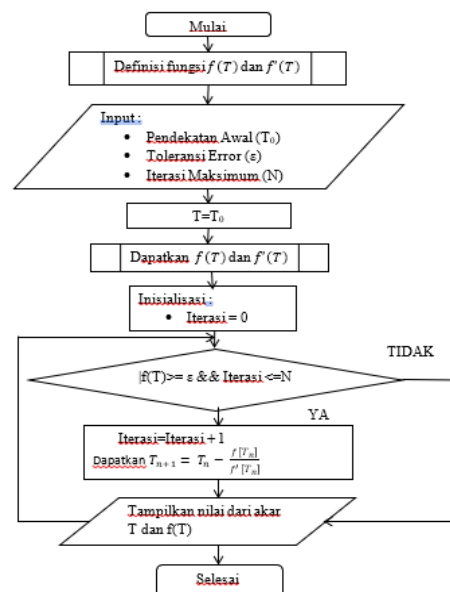
$$f'(P) = \frac{P}{\rho kT^2} \quad (27)$$

$$\bullet f(P) = P - \frac{RT}{v^2} \left(1 - \frac{c}{vT^3}\right) \left[v + B_0 \left(1 - \frac{b}{v}\right)\right] + \frac{A_0}{v^2} \left(1 - \frac{a}{v}\right) \quad (28)$$

$$f'(P) = -\frac{R}{v} - \frac{RB_0}{v^2} + \frac{RB_0b}{v^3} - \frac{2Rc}{v^2T^3} - \frac{2RcB_0}{v^3T^3} - \frac{2RbcB_0}{v^4T^3} \quad (29)$$



Gambar 4. Flowchart Metode Numerik Newton Raphson untuk Perhitungan Volume



Gambar 5. Flowchart Metode Numerik Newton Raphson untuk Perhitungan Temperatur

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisa Solusi Analitik

Dalam penginterpretasian dan analisis kasus penentuan nilai tekanan, volume dan temperatur (P-V-T) termodinamika dilakukan dengan cara memberikan nilai variasi awal yakni $P = 744 \text{ kPa}$, $V = 0,2 \text{ m}^3$, dan $T = 250 \text{ K}$ untuk setiap persamaan keadaan yang akan dianalisis solusinya. Hasil perhitungan secara analitik untuk penentuan nilai Tekanan, Volume, dan Temperatur (P-V-T) pada senyawa Argon menggunakan persamaan keadaan yang terdapat pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil Perhitungan Metode Analitik

Model	Tekanan	Volume	Temperatur
(a)	779,4375000	0,209526210	238,6336300
(b)	789,8749021	0,212259599	235,4837993
(c)	744,7831612	-	249,7371177
(d)	772,6117649	0,209840971	229,0688640

(a) Gas ideal, (b) Van der Waals, (c) Song Mason, (d) Beattie Bridgman

Dari hasil menunjukkan bahwa nilai dari keempat persamaan memiliki solusi untuk tekanan, volume dan temperatur yang saling mendekati satu sama lainnya. Kemudian untuk solusi pada persamaan Song Mason menunjukkan hasil yang paling mendekati nilai pada asumsi yang ditetapkan namun untuk perhitungan volume tidak dilakukan karena tidak terdapat parameter volume (V) dalam perumusannya.

Analisa Solusi Numerik

a. Persamaan Gas Ideal

Pada persamaan Gas Ideal diberikan nilai input dalam formulasi Newton Raphson yakni nilai volume $V = 0,2 \text{ m}^3$, suhu $T = 250 \text{ K}$, $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Untuk nilai $M = 39,94 \text{ kg/kmol}$ maka $n = 0,075$, dimana nilai tebakan awal untuk $P_0 = 0,2$. Cuplikan kode program Python implementasi persamaan Gas Ideal kedalam Newton Raphson berdasarkan persamaan (7) dan (8) sebagai berikut:

```
1. fp=p-((0.075*8.314*250)/0.2)
2. ...
3. Dfp=1
4. ...
5. #Proses Looping
6. while abs(fpo)>e:
7. pi=po-(fpo/Dfpo)
8. po=pi
...

```

b. Persamaan keadaan Van der Waals

Pada persamaan keadaan Van der Waals diberikan nilai input dalam formulasi Newton Raphson yakni nilai volume $V = 0,2 \text{ m}^3$, suhu $T = 250 \text{ K}$, $R = 8,314 \text{ J/(mol K)}$. Untuk volume spesifik molal adalah $v = V \frac{M}{m}$ (dengan $m = 3 \text{ kg}$ dan $M = 39,94 \text{ kg/kmol}$) maka $v = 2,663 \text{ m}^3/\text{kmol}$. Kemudian konstanta persamaan Van der Waals untuk gas Ar yakni nilai $a = 1,34$ dan nilai $b = 0,0322$. dimana nilai tebakan awal untuk $P_0 = 0,2$. Cuplikan kode program Python implementasi persamaan Van der Waals kedalam Newton Raphson berdasarkan persamaan (9) dan (10) sebagai berikut:

```
9. fp=(p+1.34/2.663**2)*(2.663-
0.0322)-8.314*250
10. ...
11. Dfp=2.663-0.0322
12. ...
13. #Proses Looping
14. while abs(fpo)>e:
15. pi=po-(fpo/Dfpo)
16. po=pi
...

```

c. Persamaan keadaan Song dan Mason

Pada persamaan keadaan Song dan Mason diberikan nilai input dalam formulasi Newton Raphson yakni nilai input awal sebagai pegujian validasi program yaitu dengan memberikan nilai suhu $T = 250 \text{ K}$ untuk $\pi = 3,14$, $N_A = 6,0221 \times 10^{23}$, Untuk gas Ar nilai $\varepsilon = 198,73 \text{ K}$, $\gamma = 1$ dan nilai $\sigma = 3,41 \times 10^{-10} \text{ m}$, $\beta = 2,89708 \times 10^{20} / \text{J}$, nilai Massa Jenis $\rho = 1,784 \text{ g/L}$, $k = 1,67$. Dimana nilai tebakan awal untuk $P_0 = 0,2$. Cuplikan kode program Python implementasi persamaan Van der Waals kedalam Newton Raphson berdasarkan persamaan (11) dan (12) sebagai berikut:

```
17. fp=(p/(1.784*1.67*250))-1-
((-2.77258*10**-5)*1.784)-
((-9.8416858*10**-
5)*1.784)*((1-
(0.5*(3.15281593*10**-
5))+0.09*(3.15281593*10**-
5)**2))/(1-(3.15281593*10**-
5)**3))-1)
18. ...
19. Dfp=1/(1.784*1.67*250)
20. ...
21. #Proses Looping
22. while abs(fpo)>e:
23. pi=po-(fpo/Dfpo)

```

24. $p_o=p_i$

...

d. Persamaan keadaan Beattie Bridgeman

Pada persamaan keadaan Beattie Bridgeman diberikan nilai input dalam formulasi Newton Raphson yakni memberikan nilai input awal sebagai pegujian validasi program yaitu dengan memberikan nilai volume $V = 0,2 \text{ m}^3$, suhu $T = 250 \text{ K}$, $R = 8,314 \text{ J}/(\text{mol K})$. Untuk volume spesifik molal adalah $v = V \frac{M}{m}$ (dengan $m = 3 \text{ kg}$ dan $M = 39,94 \text{ kg}/\text{kmol}$) maka $v = 2,663 \text{ m}^3/\text{kmol}$. Kemudian untuk konstanta persamaan Beattie Bridgeman untuk gas Ar yakni nilai $A_o = 130,7802$, nilai $B_o = 0,03931$, nilai $a = 0,0233$, nilai $b = 0,00$ dan nilai $c = 5,99 \times 10^4$. Dimana nilai tebakan awal untuk $P_o = 0,2$. Cuplikan kode program Python implementasi persamaan Van der Waals kedalam Newton Raphson berdasarkan persamaan (13) dan (14) sebagai berikut:

```
25. fp=p-
    ((8.314*250)/(2.663**2)) * (1-
    ((5.99*10**4)/(2.663*(250**3))
    )) * (2.663+(0.03931*(1-
    (0/2.663)))) + (130.7802/(2.663*
    *2)) * (1-(0.0233/2.663))
```

26. ...

27. $Dfp=1$

28. ...

29. #Proses Looping

30. while abs(fpo)>e:

31. $p_i=p_o - (fpo/Dfpo)$

32. $p_o=p_i$

...

Hasil perhitungan yang dihitung secara numerik menggunakan Metode Newton Raphson untuk penentuan nilai tekanan, volume dan temperature (P-V-T) pada senyawa Argon menggunakan persamaan keadaan diatas yang ditinjau melalui serangkaian proses perhitungan dapat dilihat dalam tabel 2 sebagai berikut:

Tabel 2. Hasil Perhitungan Secara Numerik

Model	Tekanan	Volume	Temperatur
(a)	779,4375	0,209526097	238,63363
(b)	789,8749022	0,212212261	235,4837993
(c)	744,7831612	-	249,7366201
(d)	772,6117649	0,207795332	240,9962702

(a)Gas ideal, (b) Van der Waals, (c) Song Mason, (d) Beattie Bridgeman

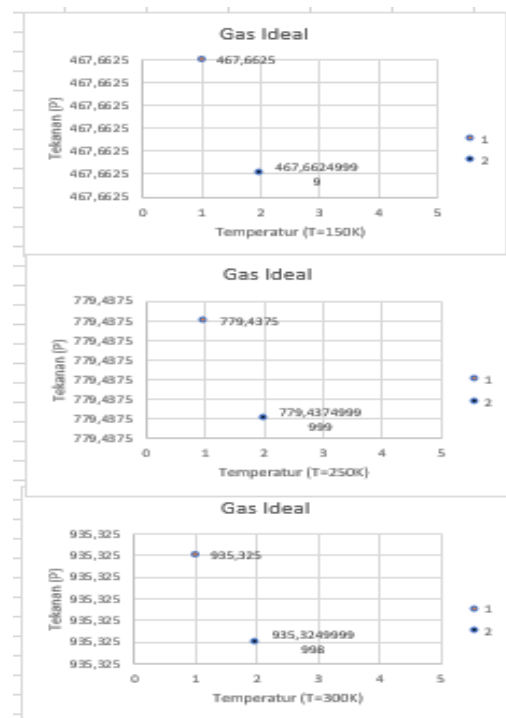
Dari hasil perhitungan untuk menggunakan metode numerik Newton

Raphson persamaan keadaan untuk penentuan nilai tekanan, volume, dan temperature dengan nilai tebakan awal $P_o = 0,2$ pada penggunaan persamaan keadaan diperoleh hasil perhitungan pada metode numerik memiliki hasil yang saling mendekati satu sama lainnya. Dari hasil menunjukkan bahwa nilai dari ketiga persamaan yakni persamaan Gas Ideal, persamaan keadaan Van der Waals dan persamaan keadaan Beattie-Bridgeman memiliki nilai yang saling mendekati satu sama lain dan untuk persamaan keadaan Song dan Mason menunjukkan hasil untuk nilai yang paling mendekati asumsi awal.

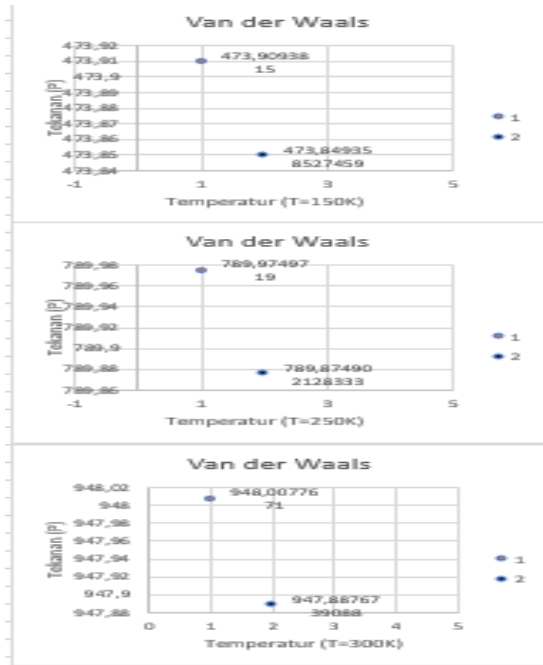
Analisa Pola Perubahan Keadaan Termodinamika berdasarkan Variasi P-V-T

Proses penggambaran hubungan Tekanan, Volume, dan Temperatur dalam menelisik pola perubahan keadaan termodinamika dilakukan dengan memberikan nilai variasi untuk masing-masing nilai P-V-T.

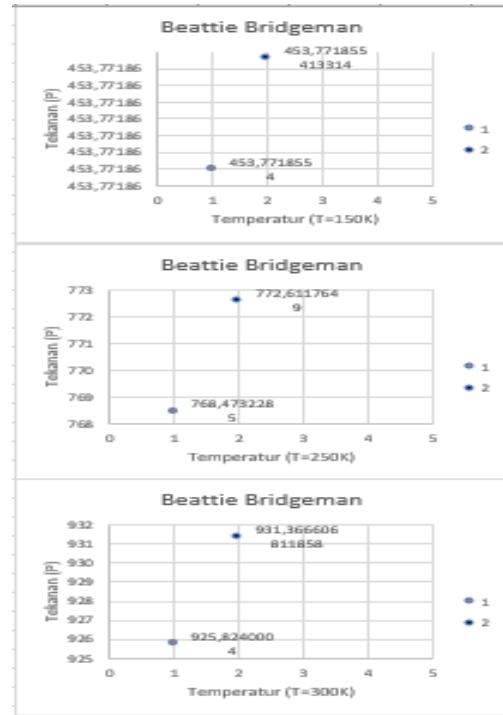
Pada proses tinjauan Tekanan terhadap Temperatur, nilai Volume konstan $V = 0,2 \text{ m}^2$ dan nilai Temperatur yang divariasikan yaitu $T_1 = 150 \text{ K}$, $T_2 = 250 \text{ K}$, dan $T_3 = 300 \text{ K}$.



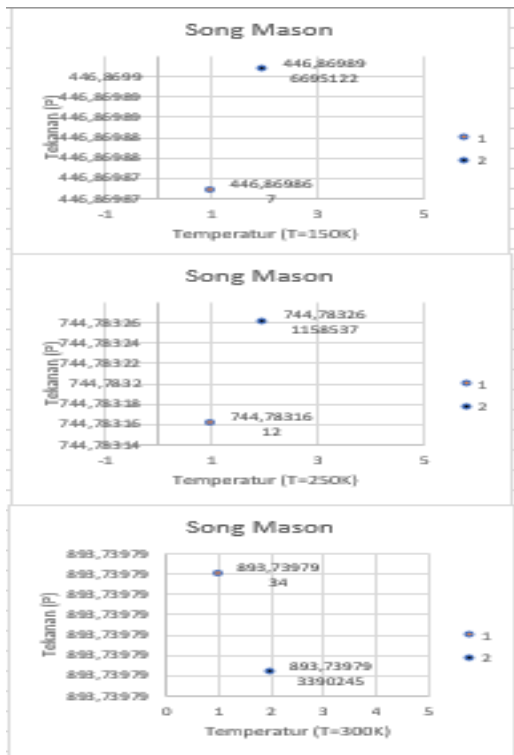
Gambar 6. Grafik Perbandingan Tekanan berdasarkan Variasi Temperatur dengan Volume konstan untuk Gas Ideal



Gambar 7. Grafik Perbandingan Tekanan berdasarkan Variasi Temperatur dengan Volume konstan untuk Van der Waals



Gambar 9. Grafik Perbandingan Tekanan berdasarkan Variasi Temperatur dengan Volume konstan untuk Persamaan Beattie Bridgeman



Gambar 8. Grafik Perbandingan Tekanan berdasarkan Variasi Temperatur dengan Volume konstan untuk Persamaan Song Mason

Berdasarkan Gambar 6 sampai Gambar 9 untuk titik warna oranye merupakan solusi analitik dan titik berwarna hitam adalah solusi numerik nya. Untuk volume konstan, dengan nilai temperatur kecil memiliki nilai solusi Tekanan (P) yang juga kecil dimana untuk temperatur yang dimasukkan mulai dari T=150 K sampai T=300K menghasilkan nilai tekanan untuk masing-masing persamaan yakni $P = 446,869 \text{ kPa}$ sampai dengan $P = 893,739 \text{ kPa}$. Artinya semakin besar nilai Temperatur maka nilai tekanan nya juga akan semakin besar atau dengan kata lain temperatur berbanding lurus dengan nilai tekanan. Perhitungan secara analitik maupun komputasi diperoleh data seperti pada tabel 5.1 (Lampiran 2). Grafik dari data tersebut ditunjukkan pada Gambar 6 sampai Gambar 9 dimana nilai Tekanan yang semakin besar seiring dengan besarnya nilai temperatur.

Analisa Tingkat Akurasi Hasil Dari Solusi Numerik Menggunakan Metode Newton Raphson Didasarkan Pada Solusi Analitik

Analisa hasil error atau kesalahan relatif (Er) menggunakan persamaan (6) untuk solusi

metode numerik menggunakan Newton Raphson terhadap metode analitik untuk keempat formulasi persamaan keadaan dengan variasi variabel P-V-T dapat dilihat pada tabel (3) diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 3. Perhitungan Nilai Error Relatif (Er)

Model	Tekanan	Volume	Temperatur
(a)	1,28E-14	5,40E-07	9,07E-11
(b)	1,06E-10	0,000223019	5,13E-11
(c)	5,57E-11	-	1,99E-06
(d)	5,05E-11	0,009748518	0,052069085

(a) Gas ideal, (b) Van der Waals, (c) Song Mason, (d) Beattie Bridgman

Berdasarkan hasil tersebut, dapat dianalisa keakuratan hasil perhitungan yang didapat untuk setiap persamaan baik persamaan Gas Ideal maupun persamaan keadaan Gas Riil menampilkan hasil yang baik. Hasil yang didapat baik menggunakan metode analitik maupun metode numerik menunjukkan solusi yang saling mendekati dan tidak menyimpang terlalu jauh. Namun, untuk perhitungan secara analitis membutuhkan cukup banyak waktu dan tenaga untuk menyelesaikannya dibandingkan dengan perhitungan menggunakan metode komputasi Newton Raphson. Dari hasil juga menunjukkan bahwa penggunaan metode Newton Raphson menghasilkan hasil perhitungan untuk mencapai solusi dengan lebih efisien dibandingkan dengan metode analitik. Hal ini didasarkan pada solusi yang didapat pada tabel 2 yang menunjukkan bahwa metode Newton Raphson mampu memberikan solusi yang semakin teliti secara komputasi.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Penelitian ini telah berhasil memodelkan keempat formulasi Gas Ideal, Van der Waals, Song Mason dan Beattie-Bridgeman dalam bentuk Newton Raphson untuk Penentuan Tekanan, Volume dan Temperatur, Solusi dari keempat persamaan keadaan tersebut secara analitik bisa saja dilakukan, namun akan membutuhkan waktu yang lebih lama dan cukup sulit sehingga digunakan metode

komputasi Newton Raphson sebagai solusi alternatif.

Hasil penelitian menunjukkan penggunaan keempat model untuk perhitungan nilai tekanan, volume dan temperatur (P-V-T) dengan memberikan asumsi nilai massa untuk senyawa Argon $m = 3$ kg, dengan $P = 744$ kPa, $V = 0,2$ m³ dan $T = 250$ memberikan solusi yang akurat. Konvergensi metode Newton Raphson menuju solusi cepat dengan hasil yang didapat sesuai dengan perhitungan secara analitik. Error relatif maksimum metode analitik maupun metode numerik, $Er = 0,052069085$ pada toleransi error $Er = 1 \times 10^{-04}$

Saran

Dalam penelitian ini terdapat sekitar 11 konsol yang harus dibuka dalam Python sehingga disarankan agar dapat dilakukan kajian lebih lanjut dengan meninjau parameter P-V-T yang mempengaruhi sistem dengan dibuat dalam satu menu program python.

DAFTAR PUSTAKA

- 1 Sumarna DM. Gas Nyata. Dalam A. S, Sifat-sifat Gas. Universitas Terbuka, Tangerang Selatan. 2009.
- 2 Warsito A. Fisika Komputasi. Buku Ajar Prodi Fisika FST Undana, Kupang. 2009.
- 3 Lewerissa YJ. 2020. Kajian Persamaan Termodinamika Dari Song Dan Mason Pada Argon Dibandingkan Dengan Persamaan Termodinamika Gas Ideal, Beattie- Bridgeman Dan Van Der Waals. *J. Voering*. **5**(1): 22.
- 4 Fatimah I. Kimia Fisika. Deepublish, Yogyakarta. 2017.
- 5 Randall RE. Thermodynamic Properties Of Gases: Equations Derived From The Beattie-Bridgeman Equation Of State Assuming Variable Specific Heats. Arnold Engineering Development Center, United States. 1957.
- 6 Kaw A. Newton-Raphson Method of Solving a Nonlinear Equation. *Special Journals*. 2009.