

Pengembangan Program Aplikasi Analisis Pelat 2D Dengan Metode Finite Difference Menggunakan Matlab

Development of 2D Plate Analysis Programming Based on Finite Difference Method Using Matlab

Alexander Bria Seran Malik¹, Remigildus Cornelis^{2*)}, Ruslan Ramang³

¹Program Studi Teknik Sipil, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Nusa Cendana, Kupang 65145, Indonesia

²Program Studi Teknik Sipil, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Nusa Cendana, Kupang 65145, Indonesia

³Program Studi Teknik Sipil, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Nusa Cendana, Kupang 65145, Indonesia

Article info:

Kata kunci:

Matlab, pelat 2D, finite difference, lendutan, momen, tegangan

Keywords:

Matlab, 2D slab, finite difference, displacement, moment, stress

Article history:

Received: 26-04-2022

Accepted: 10-05-2022

*)Koresponden email:

alex27malik@gmail.com

remi@staf.undana.ac.id

ruslan.ramang@gmail.com

Abstrak

Pesatnya perkembangan teknologi konstruksi, tentu berdampak pada program aplikasi yang diciptakan untuk mempermudah perhitungan struktur pada bangunan, terkhususnya dalam merancang pelat pada bangunan. Program yang sering digunakan dalam perhitungan struktur adalah SAP 2000 dan harganya sangat mahal. Dalam penelitian ini program yang digunakan membuat program perhitungan adalah Matlab. Matlab adalah program untuk menganalisis dan memodelkan data numerik yang dikembangkan menggunakan konsep matriks. Tujuan penelitian ini adalah membuat program menggunakan matlab. Metode yang digunakan metode *finite difference* yang merupakan metode pendekatan numerik berbasis persamaan diferensial parsial. Program aplikasi ini dikembangkan dengan melakukan perhitungan dari lendutan, momen, dan tegangan, yang ditampilkan dalam bentuk contour. Program ini dikembangkan dengan persamaan yang dimasukan kedalam *coding* untuk masing masing pemodelan yang ada. Kemudian hasil yang didapatkan di dapatkan di bandingkan dengan hasil perhitungan momen pelat pada PBI-1971.

Abstract

The rapid development of construction technology has an impact on application programs that are created to facilitate the calculation of structures in buildings, especially in designing plates in buildings. Program applications such as SAP 2000 software are often used in structural calculations but are costly. This study develops MATLAB to produce an application program for analyzing and modeling numerical data based on the matrix concept. The method used is the finite difference method which is a numerical approach method based on partial differential equations. This application program was developed by calculating the deflection, moment, and stress, which are displayed in the form of contour. This program was designed with the equations entered into the coding for each of the existing models. Then the results obtained are compared with the results of the calculation of the plate moment on PBI-1971.

1. Pendahuluan

Pelat adalah elemen struktur datar yang ketebalannya lebih kecil dibandingkan dengan dimensi permukaan, dan merupakan elemen struktur penting (Kelly, P, 2013). Sebagai elemen struktur yang berperan penting, maka perlu adanya ketelitian dalam merancang dan menghitung struktur terlebih khusus pada bagian struktur pelat. Sudah banyak program yang digunakan untuk membantu dalam mendesain struktur bangunan atau pelat bangunan, namun kebanyakan program yang digunakan merupakan program bajakan atau ilegal, dan tentu hal itu dapat mempengaruhi perhitungan yang kurang akurat. Salah satu program yang sering digunakan dalam perhitungan struktur adalah SAP 2000. Dalam penelitian ini program yang digunakan untuk membantu membuat program perhitungan adalah Matlab. Matlab dikembangkan menggunakan konsep matriks. Matlab juga digunakan untuk simulasi fungsi matematika dengan model matematika yang kompleks (Tjolleng, A, 2017). Maka dari itu Matlab berfungsi sebagai sarana pengembangan program aplikasi perhitungan pada suatu struktur. Maka dari itu tujuan dilakukan penelitian ini adalah membuat program menggunakan Matlab dan kemudian dibandingkan dengan hasil perhitungana SAP 2000. Adapun metode analisis yang digunakan untuk membantu menganalisis struktur pelat dua dimensi, yaitu Metode *Finite Difference*. Metode *Finite Diference* merupakan metode pendekatan numerik berbasis persamaan diferensial parsial.

2. Kajian Pustaka

2.1 Persamaan Diferensial Pelat

Kekakuan lentur, dilambangkan dengan D, dari pelat dinyatakan dengan persamaan. (1) dalam hal ketebalan (t), modulus elastisitas (E), dan Radio Poisson (ν). Hubungan antara momen dan perpindahan transversal atau defleksi (w) dapat diperoleh dalam hal kekakuan lentur dan Rasio Poisson dari pelat.

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \tag{1}$$

Dalam persamaan ini w menunjukkan defleksi dalam arah z karena beban pz pada permukaan xy. Istilah D menunjukkan kekakuan lentur atau lentur pelat. (Md. Roknuzzaman dkk, 2015)

$$M_x = -D \left(\frac{d^2w}{dx^2} + \nu \frac{d^2w}{dy^2} \right), M_y = -D \left(\frac{d^2w}{dy^2} + \nu \frac{d^2w}{dx^2} \right), M_{xy} = -D(1 - \nu) \frac{d^2w}{dxdy} \tag{2}$$

Hubungan tegangan dan momen dapat dilihat berikut.

$$\sigma_{xx} = -\frac{M_x z}{h^3/12}, \sigma_{yy} = -\frac{M_y z}{h^3/12}, \sigma_{xy} = +\frac{M_{xyz}}{h^3/12} \tag{3}$$

2.2 Metode Finite Difference

Suatu turunan eksak dimana limit suatu fungsi menuju titik nol, sedang turunan pendekatan dimana limit suatu fungsi tidak menuju ke titik nol tapi mempunyai besaran tertentu yang kecil. Pemakaian pertama persailnaan diferensial berhingga (Timoshenko, 1992) pada elastisitas oleh C. Runge untuk menyelesaikan masalah-masalah puntiran, penyelesaian ini dengan menyederhanakan masalah menjadi suatu sistem persamaan aljabar linier.

Turunan Eksak:

$$f'(x) = \left(\frac{dy}{dx} \right)_j = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_j \tag{4}$$

Turunan Pendekatan:

$$f'(x) = \left(\frac{dy}{dx} \right)_j = \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_j = \left(\frac{y_{j+1} - y_j}{\pi x} \right) \Rightarrow \text{selisih maju} \tag{5}$$

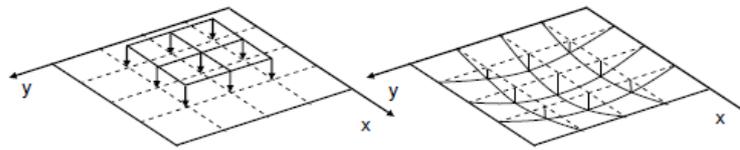
$$f'(x) = \left(\frac{dy}{dx} \right)_j = \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_j = \left(\frac{y_j - y_{j-1}}{\pi x} \right) \Rightarrow \text{selisih mundur} \tag{6}$$

$$f'(x) = \left(\frac{dy}{dx} \right)_j = \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_j = \left(\frac{y_{j+1} - y_j}{2\pi x} \right) \Rightarrow \text{selisih tengah} \tag{7}$$

2.3 Metode Finite Difference Terhadap Lendutan

Dalam menerapkan metode beda hingga biasa, turunan dalam persamaan diferensial pelat pengatur adalah digantikan oleh perbedaan jumlah di beberapa titik yang dipilih dan persamaan

diferensial pelat telah diubah menjadi satu set persamaan aljabar. Konvergensi tepatnya solusi masalah pembengkokan pelat dengan finite klasik metode perbedaan lambat karena kesalahan yang digunakan dalam menurunkan ekspresi beda hingga, aproksimasi kondisi batas dan penggunaan rata-rata beban. (Ergun dan Kumbasar, 2010)



Gambar 1. Beban $q(x, y)$ kasus dan defleksi yang dihasilkan pada pelat yang sebenarnya

Mendistribusikan ke persamaan diferensial pelat menggunakan sejumlah titik-titik pada bidang pelat. Jarak antara titik-titik yang berdekatan adalah Δx dan Δy , dengan i dan j titik kisi masing-masing pada arah x dan y . Diasumsikan $\Delta x = \Delta y = \Delta$ untuk menyederhanakan diskritisasi. Lendutan (pergeseran keluar bidang) pelat pada. Untuk menggambarkan reprintsasi titik grid tersebut dapat dilihat pada persamaan-persamaan berikut.

$$\frac{d^4 w_{i,j}}{dx^4} = \frac{w_{i+2,j} - 4w_{i+1,j} + 6w_{i,j} - 4w_{i-1,j} + w_{i-2,j}}{\Delta^4} \tag{8}$$

$$\frac{d^4 w_{i,j}}{dy^4} = \frac{w_{i,j+2} - 4w_{i,j+1} + 6w_{i,j} - 4w_{i,j-1} + w_{i,j-2}}{\Delta^4} \tag{9}$$

$$\frac{d^4 w_{i,j}}{dx^2 dy^2} = \frac{4w_{i,j} - 2(w_{i,j-1} + w_{i,j+1} + w_{i-1,j} + w_{i+1,j}) + w_{i+1,j-1} + w_{i-1,j-1} + w_{i+1,j+1} + w_{i-1,j+1}}{\Delta^4} \tag{10}$$

Untuk titik-titik interior diperoleh sebagai persamaan aljabar persamaan. (11). (Jhon dan Sherman, 2019)

$$\frac{1}{\Delta^4} \cdot \{20w_{i,j} - 8(w_{i,j-1} + w_{i,j+1} + w_{i-1,j} + w_{i+1,j}) + 2(w_{i+1,j-1} + w_{i-1,j-1} + w_{i+1,j+1} + w_{i-1,j+1}) + (w_{i,j-2} + w_{i,j+2} + w_{i-2,j} + w_{i+2,j})\} = \frac{q}{D} \tag{11}$$

Jika jepit maka nilai lendutan di $w_{i+1,j}$ sama dengan nilai $w_{i-1,j}$, dan untuk sendi sebaliknya nilai lendutan di $w_{i+1,j}$ kebalikan dari nilai $w_{i-1,j}$ sama dengan $-w_{i-1,j}$. Ini menjadi satu nilai imajiner atau nilai asumsi di luar pelat, untuk membantu mencari nilai pada titik-titik di dalam pelat. Persamaan. (14) perlu diselesaikan untuk setiap poin. Maka metode matriks digunakan untuk menyelesaikan himpunan aljabar persamaan yang diperoleh dari penggunaan metode ini. Persamaan (15) akan digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut. (Jhon dan Sherman, 2019)

$$K U = V \tag{12}$$

U adalah matriks dari nilai defleksi i dan j pada titik-titik yang ada, di mana i dan j adalah angkanya titik grid sepanjang sumbu x dan sumbu y , masing-masing. V adalah matriks berdimensi $i \times j$. K adalah matriks $i \times j$ dengan elemen-elemennya mewakili Taylor koefisien seri (untuk titik interior). Matriks K untuk mendapatkan defleksi (U) dari titik yang berbeda pada pelat.

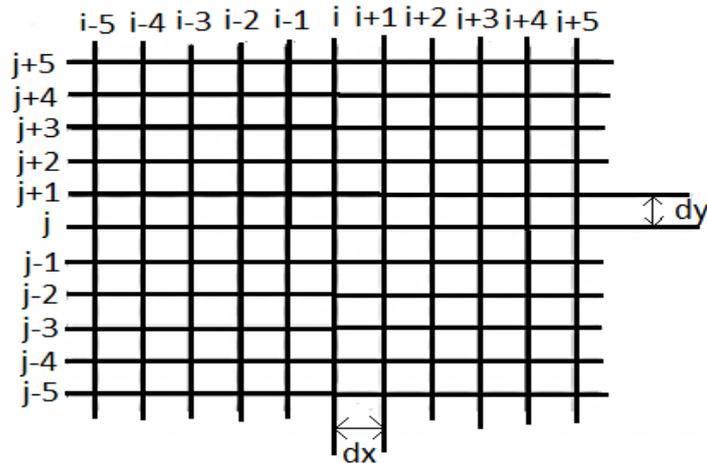
$$U = K^{-1} V \tag{13}$$

Ini memberikan defleksi pelat di bawah beban yang diketahui. Mirip pendekatan dapat diadopsi untuk skema perbedaan maju atau mundur (Jhon dan Sherman, 2019).

2.4 Metode Penelitian

Dalam pembuatan program pada skripsi ini yaitu terdiri dari tiga bagian, yaitu dimulai menentukan data-data program yang dapat diketahui saat menentukan urutan perhitungan. Kemudian membuat desain tampilan menggunakan bagian utama Matlab, yakni program utamanya dan sub-sub program yang dimasukkan dalam Matlab. Kemudian dilakukan perbandingan perhitungan pada program matlab yang dibuat dengan perhitungan SAP 2000, dengan data sesuai pemodelan benda uji.

Metode beda hingga adalah metode numerik untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Saat memecahkan masalah lentur pelat, penurunan fungsi defleksi, momen dan gaya geser didekati dengan perbedaan hingga defleksi di titik-titik tetangga. Titik-titik ini disebut node dan mewakili jaring *finite difference*. Saat menyelesaikan pembengkokan pelat, kami menggunakan jaring dua dimensi, yang ditunjukkan pada Gambar 2. (Picasik dkk, 2019)



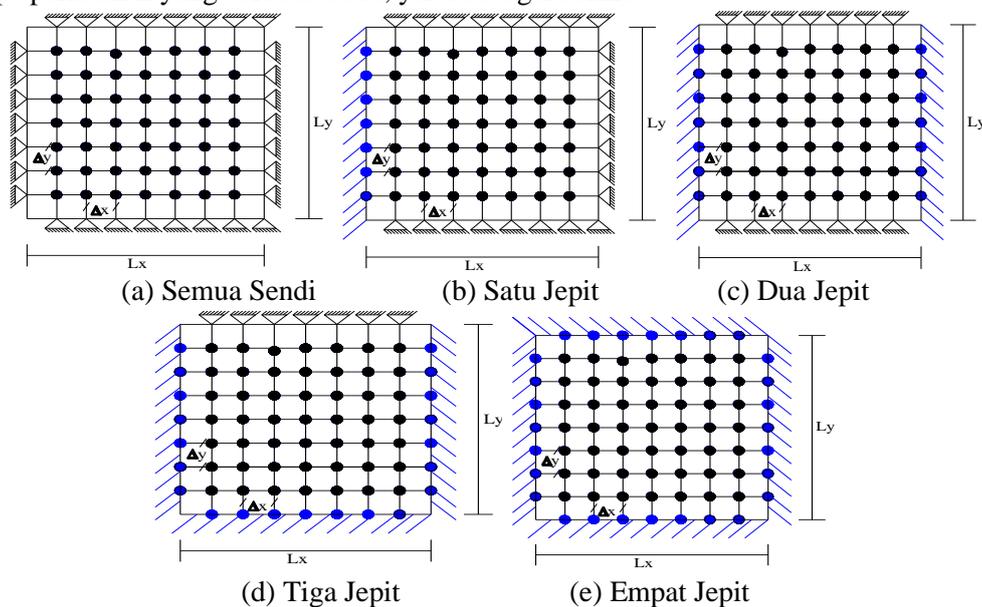
Gambar 2. Jaring finite difference

2.4.1. Benda Uji

Pada pengujian ini dilakukan pada pelat dua arah, dimana pada Pelat ini memiliki beberapa data uji yang menjadi acuan dalam perhitungan, antara lain:

- Panjang bentang x, (L_x) = 2000 mm = 2 m
- Panjang bentang y, (L_y) = 2000 mm = 2 m
- Tebal pelat, (t) = 10 mm = 0,01 m
- Ratio Poisson, (ν) = 0,3
- Beban pada pelat, (q) = 10 kN/m²
- Modulus Elastisitas, (E) = 2×10^{11} Pa = 200000000 kN/m
- Jarak antar *grid* pada tiap bentang, ($\Delta x = \Delta y$) = 250 mm = 0,25 m

Untuk karakteristik pelat ini merupakan pelat dua arah, karena pada keempat sisi pelat ini memiliki tumpuan sesuai dengan pemodelan yang dimodelkan dalam beberapa pemodelan sesuai beberapa perletakan yang berbeda-beda, yaitu sebagai berikut.



Gambar 3. Pemodelan Pelat

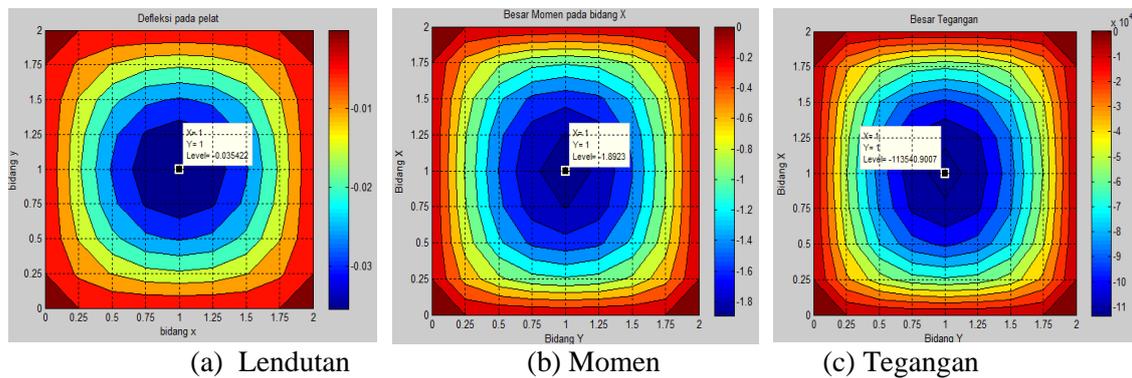
3. Hasil Dan Pembahasan

3.1 Perhitungan Dengan Matlab

Untuk pengembangan program pada semua perhitungan disemua macam pemodelan dimasukkan data pelat sesuai benda uji dan terbagi menjadi lima program berbeda sesuai dengan pemodelan benda uji yang telah dirancang. Dan kemudian masukan persamaan metode *finite difference* terhadap lendutan, momen, dan tegangan dengan persamaan (13), (4), dan (5) yang sudah ada ke program matlab. Untuk kebutuhan validasinya, kemudia dibandingkan dengan perhitungan momen sesuai dengan PBI 1971.

3.1.1. Perletakan Semua Sisi Sendi

Hasilnya output yang di keluarkan oleh matlab untuk perhitungan masing-masing lendutan, momen, dan tegangan ditampilkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Hasil Ouput Matlab

Untuk hasil perhitungan lendutan, momen, dan tegangan dirangkum dalam Tabel 1 sesuai beberapa titik tinjauan, sebagai berikut.

Tabel 1. Hasil Output Lendutan, Momen, dan Tegangan pada Matlab

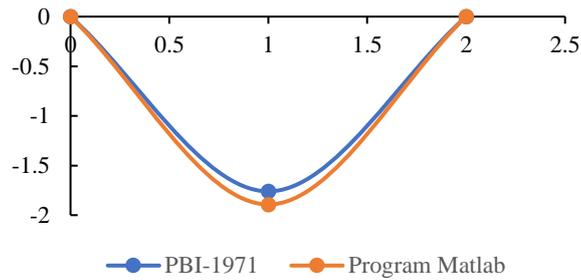
Titik (i,j)	Besar Lendutan (m) W	Besar Momen (kNm) M	Besar Tegangan (kN/m ²) Σ
(0,4)	0,0000	0,0000	0,0000
(1,4)	-0,0142	-0,9812	-58870,7018
(2,4)	-0,0257	-1,5351	-92186,1311
(3,4)	-0,0329	-1,8100	-108600,9813
(4,4)	-0,0354	-1,8923	-113540,9007
(5,4)	-0,0329	-1,8100	-108600,9813
(6,4)	-0,0257	-1,5351	-92186,1311
(7,4)	-0,0142	-0,9812	-58870,7018
(8,4)	0,0000	0,0000	0,0000

Hasil lendutan, momen, dan tegangan terbesar pada bentangan x dititik (4,4). Untuk lendutan 0,0354 m, momen sebesar +1,8923, dan untuk tegangan sebesar -113540,9007 kN/m². Untuk uji validasinya maka hanya diambil hasil momen pada perletakan ini pada hasil *output* program matlab dan dibandingkan dengan perhitungan dengan menggunakan PBI-1971. Yang dimana hasilnya diambil sesuai titik momen terbesar yang ada pada tumpuan dan lapangan sesuai Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Hasil Perbandingan Momen

Titik	Hasil Perhitungan Momen		selisih (%)
	PBI-1971 (kNm)	Program Matlab (kNm)	
M04	0	0	
M44	-1,7600	-1,8923	7,0%
M84	0	0	

Selisih dari hasil perbandingan kedua hasil perhitungan selisihnya 7,0 %, Untuk gambaran bentuk momennya bisa dilihat pada grafik perbandingan pada Gambar 5 berikut.

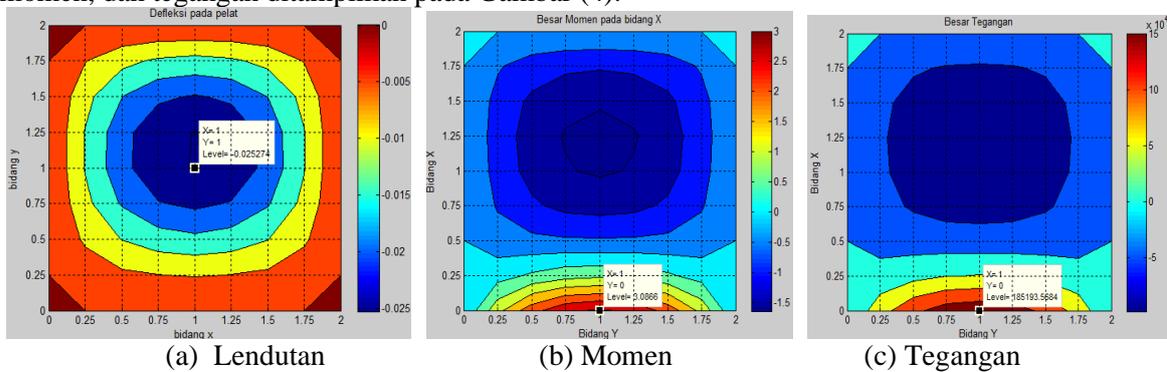


Gambar 5. Grafik Perbandingan Momen

Pada grafik di Gambar 5 ini bisa dilihat bahwa bentuk dan pola momen yang digambarkan dari kedua hasil perhitungan selisih perbedaannya bisa dilihat dari jarak kedua garis.

3.1.2 Perletakan Satu Jepit (Sisi Lainnya Sendi)

Hasilnya output yang di keluarkan oleh matlab untuk perhitungan masing-masing lendutan, momen, dan tegangan ditampilkan pada Gambar (4).



Gambar 6. Hasil Ouput Matlab

Untuk hasil perhitungan lendutan, momen, dan tegangan dirangkum dalam Tabel 3 sesuai beberapa titik tinjauan, sebagai berikut.

Tabel 3. Hasil Output Lendutan, Momen, dan Tegangan pada Matlab

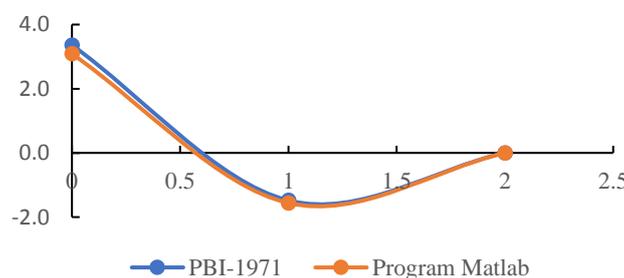
Titik (i,j)	Besar Lendutan (m) W	Besar Momen (kNm) M	Besar Tegangan (kN/m ²) Σ
(0,4)	0,0000	3,0866	185193,5684
(1,4)	-0,0053	0,8725	52347,9461
(2,4)	-0,0137	-0,4562	-27371,5511
(3,4)	-0,0211	-1,2017	-72100,8877
(4,4)	-0,0253	-1,5617	-93699,0861
(5,4)	-0,0251	-1,6384	-98305,6407
(6,4)	-0,0204	-1,4523	-87140,5708
(7,4)	-0,0116	-0,9484	-56903,8815
(8,4)	0,0000	0,0000	0,0000

Hasil lendutan, momen, dan tegangan terbesar pada bentangan x dititik (4,4) dan yang terbesar ditumpuan pada titik (0,4). Untuk lendutan 0,0253 m, momen sebesar +1,5617, dan untuk tegangan sebesar -93699,0861 kN/m². Untuk titik pada tengah tumpuan perletakan jepit pada titik (0,4) momen sebesar -3,0866 kN dan untuk tegangannya 185193,5684 kN/m². Untuk uji validasinya maka hanya diambil hasil momen pada perletakan ini pada hasil *output* program matlab dan dibandingkan dengan perhitungan dengan menggunakan PBI-1971. Yang dimana hasilnya diambil sesuai titik momen terbesar yang ada pada tumpuan dan lapangan sesuai Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Hasil Perbandingan Momen

Titik	Hasil Perhitungan Momen		Selisih (%)
	PBI-1971 (kNm)	Program Matlab (kNm)	
M04	3,3600	3,0866	8,1%
M44	-1,4800	-1,5617	5,2%
M84	0	0	

Selisih dari hasil perbandingan kedua hasil perhitungan ditumpuannya selisih 8,1% dan di tengah bentangnya 52%, Untuk gambaran bentuk momennya bisa dilihat pada grafik perbandingan pada Gambar 7 berikut.

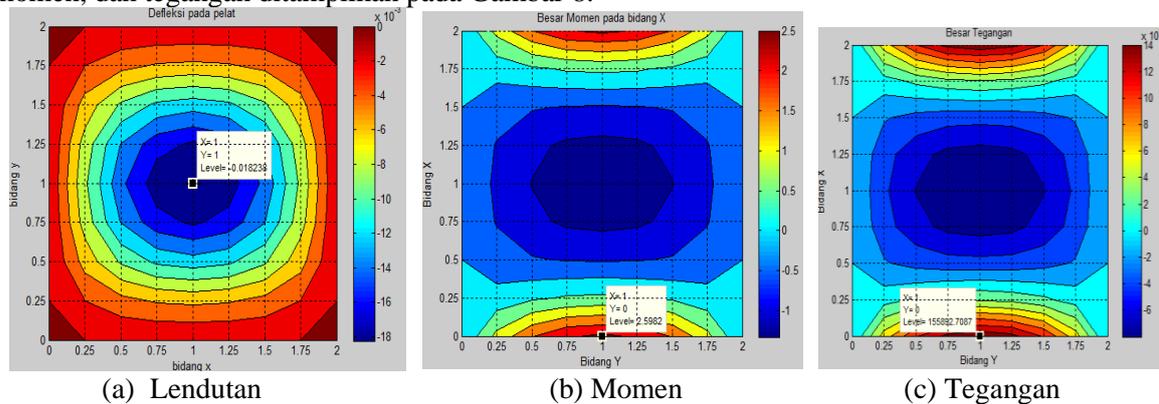


Gambar 7. Grafik Perbandingan Momen

Pada grafik di Gambar 7 ini bisa dilihat bahwa bentuk dan pola momen yang digambarkan dari kedua hasil perhitungan selisih perbedaannya bisa dilihat dari jarak kedua garis.

3.1.3 Perletakan Dua Jepit (Sisi Lainnya Sendi)

Hasilnya output yang di keluarkan oleh matlab untuk perhitungan masing-masing lendutan, momen, dan tegangan ditampilkan pada Gambar 8.



Gambar 8. Hasil Ouput Matlab

Untuk hasil perhitungan lendutan, momen, dan tegangan dirangkum dalam Tabel 5 sesuai beberapa titik tinjauan, sebagai berikut.

Tabel 5. Hasil Output Lendutan, Momen, dan Tegangan pada Matlab

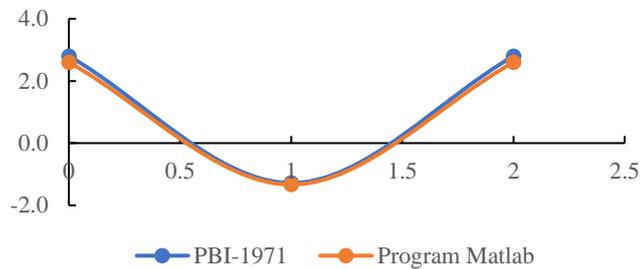
Titik (i,j)	Besar Lendutan (m)	Besar Momen (kNm)	Besar Tegangan (kN/m ²)
	W	M	Σ
(0,4)	0,0000	2,5982	155892,7087
(1,4)	-0.0044	0,61258	36753,6360
(2,4)	-0.0111	-0,5520	-33119,5255
(3,4)	-0.0163	-1,1495	-68968,9508
(4,4)	-0.0182	-1,3321	-79924,9621
(5,4)	-0.0163	-1,1495	-68968,9508
(6,4)	-0.0111	-0,5520	-33119,5255
(7,4)	-0.0044	0,61258	36753,6360
(8,4)	0,0000	2,5982	155892,7087

Hasil lendutan, momen, dan tegangan terbesar pada bentangan x dititik (4,4) dan untuk yang terbesar ditumpuan pada titik (0,4) dan (8,4). Untuk lendutan 0,0182 m, momen sebesar +1,3321, dan untuk tegangan sebesar -79924,9621 kN/m². Untuk titik pada tengah tumpuan perletakan jepit pada titik (0,4) dan (8,4) momen sebesar -2,5982 kN dan untuk tegangannya 155892,7087 kN/m². Untuk uji validasinya maka hanya diambil hasil momen pada perletakan ini pada hasil output program matlab dan dibandingkan dengan perhitungan dengan menggunakan PBI-1971. Yang dimana hasilnya diambil sesuai titik momen terbesar yang ada pada tumpuan dan lapangan sesuai Tabel 6 berikut.

Tabel 6. Hasil Perbandingan Momen

Titik	Hasil Perhitungan Momen		Selisih (%)
	PBI-1971 (kNm)	Program Matlab (kNm)	
M04	2,8000	2,5982	7,2%
M44	-1,2800	-1,3321	3,9%
M84	2,8000	2,5982	7,2%

Selisih dari hasil perbandingan kedua hasil perhitungan selisih untuk tengah bentang 3,9% dan untuk dikedua tumpuan 7,2%, Untuk gambaran bentuk momennya bisa dilihat pada grafik perbandingan pada Gambar 9 berikut.

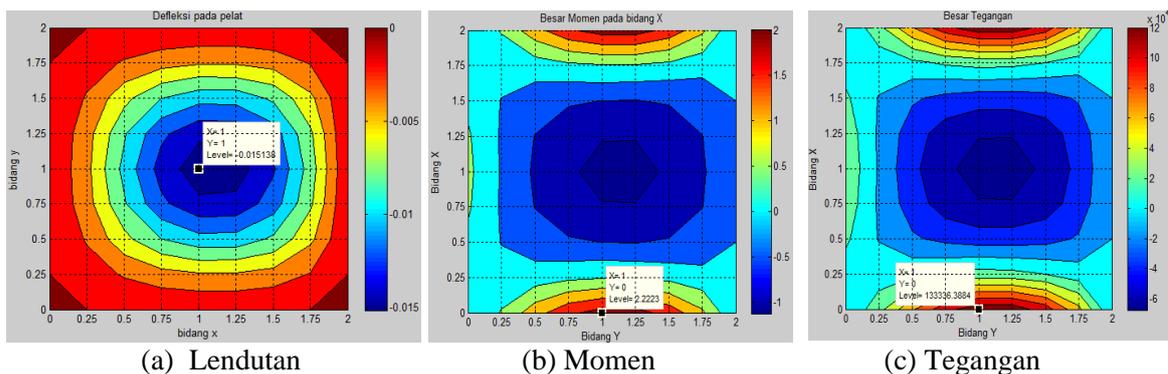


Gambar 9. Grafik Perbandingan Momen

Pada grafik di Gambar 9 ini bisa dilihat bahwa bentuk dan pola momen yang digambarkan dari kedua hasil perhitungan selisih perbedaannya bisa dilihat dari jarak kedua garis.

3.1.4 Perletakan Tiga Jepit (Sisi Lainnya Sendi)

Hasilnya output yang di keluarkan oleh matlab untuk perhitungan masing-masing lendutan, momen, dan tegangan ditampilkan pada Gambar 10.



Gambar 10. Hasil Ouput Matlab

Untuk hasil perhitungan lendutan, momen, dan tegangan dirangkum dalam Tabel 7 sesuai beberapa titik tinjauan, sebagai berikut.

Tabel 7. Hasil Output Lendutan, Momen, dan Tegangan pada Matlab

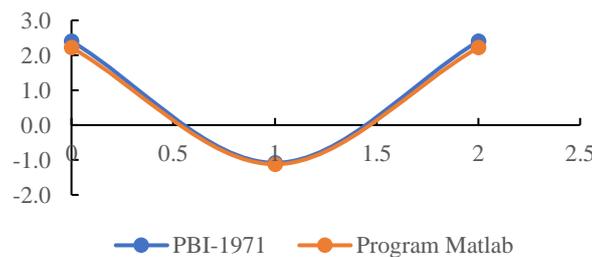
Titik (i,j)	Besar Lendutan (m) W	Besar Momen (kNm) M	Besar Tegangan (kN/m ²) Σ
(0,4)	0,0000	2,2223	133336,3884
(1,4)	-0.0038	0,4654	27925,3235
(2,4)	-0.0093	-0,5072	-30432,5345
(3,4)	-0.0136	-0,98081	-58848,4466
(4,4)	-0.0151	-1,1208	-67247,6489
(5,4)	-0.0136	-0,98081	-58848,4466
(6,4)	-0.0093	-0,5072	-30432,5345
(7,4)	-0.0038	0,4654	27925,3235
(8,4)	0,0000	2,2223	133336,3884

Hasil lendutan, momen, dan tegangan terbesar pada bentangan x dititik (4,4) dan terbesar ditumpuan pada titik (0,4) dan (8,4). Untuk lendutan 0,0151 m, momen sebesar +1,1208, dan untuk tegangan sebesar -67247,6489 kN/m². Untuk titik pada tengah tumpuan perletakan jepit pada titik (0,4) dan (8,4) momen sebesar -2,2223 kN dan untuk tegangannya 133336,3884 kN/m². Untuk uji validasinya maka hanya diambil hasil momen pada perletakan ini pada hasil *output* program matlab dan dibandingkan dengan perhitungan dengan menggunakan PBI-1971. Yang dimana hasilnya diambil sesuai titik momen terbesar yang ada pada tumpuan dan lapangan sesuai Tabel 8 berikut.

Tabel 8. Hasil Perbandingan Momen

Titik	Hasil Perhitungan Momen		selisih (%)
	PBI-1971 (kNm)	Program Matlab (kNm)	
M04	2,4000	2,2223	7,4%
M44	-1,0800	-1,1208	3,6%
M84	2,4000	2,2223	7,4%

Selisih dari hasil perbandingan kedua hasil perhitungan selisih ditengan bentang 3,6 % dan di tumpuannya 7,4%. Untuk gambaran bentuk momennya bisa dilihat pada grafik perbandingan pada Gambar 11 berikut.

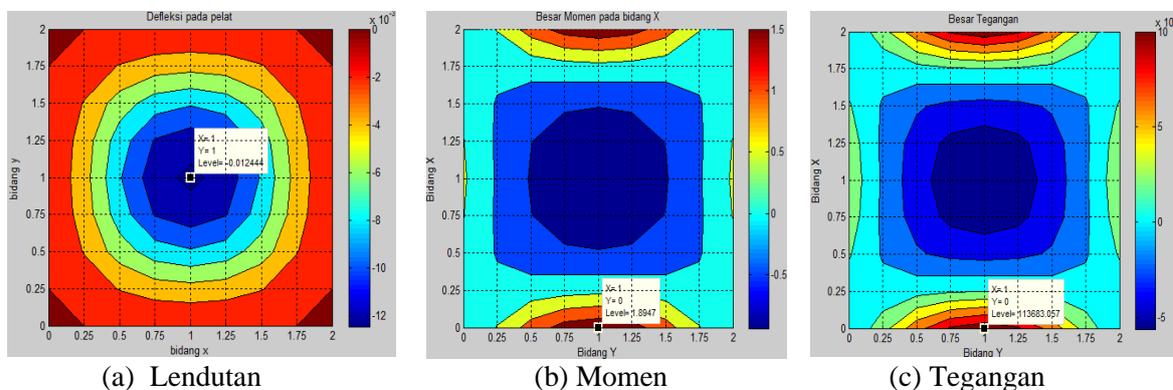


Gambar 11. Grafik Perbandingan Momen

Pada grafik di Gambar 11 ini bisa dilihat bahwa bentuk dan pola momen yang digambarkan dari kedua hasil perhitungan selisih perbedaannya bisa dilihat dari jarak kedua garis.

3.1.5 Perletakan Semua Jepit

Hasilnya *output* yang di keluarkan oleh matlab untuk perhitungan masing-masing lendutan, momen, dan tegangan ditampilkan pada Gambar 12.



Gambar 12. Hasil Ouput Matlab

Untuk hasil perhitungan lendutan, momen, dan tegangan dirangkum dalam Tabel 9 sesuai beberapa titik tinjauan, sebagai berikut.

Tabel 9. Hasil Output Lendutan, Momen, dan Tegangan pada Matlab

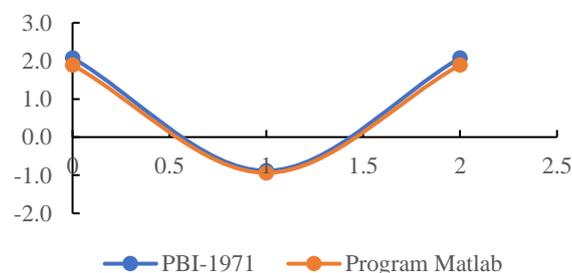
Titik (i,j)	Besar Lendutan (m) W	Besar Momen (kNm) M	Besar Tegangan (kN/m ²) Σ
(0,4)	0,0000	1,8947	113683,0570
(1,4)	-0.0032	0,3376	20255,5372
(2,4)	-0.0078	-0,4679	-28075,0312
(3,4)	-0.0112	-0,8343	-50055,2750
(4,4)	-0.0124	-0,9375	-56250,5340
(5,4)	-0.0112	-0,8343	-50055,2750
(6,4)	-0.0078	-0,4679	-28075,0312
(7,4)	-0.0032	0,3376	20255,5372
(8,4)	0,0000	1,8947	113683,0570

Hasil lendutan, momen, dan tegangan terbesar pada bentangan x dititik (4,4). Untuk lendutan 0,0124 m, momen sebesar +0,9375, dan untuk tegangan sebesar -56250,5340 kN/m². Untuk titik pada tengah tumpuan perletakan jepit pada titik (0,4) dan (8,4) momen sebesar -1,8947 kN dan untuk tegangannya 113683,0570 kN/m². Untuk uji validasinya maka hanya diambil hasil momen pada perletakan ini pada hasil *output* program matlab dan dibandingkan dengan perhitungan dengan menggunakan PBI-1971. Yang dimana hasilnya diambil sesuai titik momen terbesar yang ada pada tumpuan dan lapangan sesuai Tabel 10 berikut.

Tabel 10. Hasil Perbandingan Momen

Titik	Hasil Perhitungan Momen		selisih (%)
	PBI-1971 (kNm)	Program Matlab (kNm)	
M04	2,0800	1,8947	8,9%
M44	-0,8800	-0,9375	6,1%
M84	2,0800	1,8947	8,9%

Selisih dari hasil perbandingan kedua hasil perhitungan selisih ditengah bentang 6,1 % dan dikedua tumpuan 8,9%. Untuk gambaran bentuk momennya bisa dilihat pada grafik perbandingan pada Gambar 13 berikut.



Gambar 13. Grafik Perbandingan Momen

Pada grafik di Gambar 13 ini bisa dilihat bahwa bentuk dan pola momen yang digambarkan dari kedua hasil perhitungan selisih perbedaannya bisa dilihat dari jarak kedua garis.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil perhitungan dan pengembangan program perhitungan tegangan pelat 2D dengan metode *finite difference* dengan menggunakan Program aplikasi matlab ini di kembangkan dengan cara melakukan perhitungan dari lendutan, momen, dan tegangan yang hasilnya di tampilkan dalam bentuk contour. Program ini dibuat secara masing masing berdasarkan perletakan yang sudah dimodelkan. Program ini di kembangkan dengan persamaan-persamaan yang dimasukan kedalam *coding* untuk masing masing pemodelan. Hasil outputnya dirangkum dalam sebuah tabel, dimana pada tabel dimasukan beberapa titik yang menjadi acuan. Titik yang diambil adalah titik-titik tengah melintang bidang arah sumbu x yang dimana di ambil 9 titik dari 81 titik yang didapat hasilnya. Setelah mendapat hasil output dari matlab kemudian dibandingkan dengan hasil perbandingan manual menurut perhitungan PBI-1971 yang dimana ini hanya diambil hasil momennya saya. Ini juga merupakan tahap validasi data yang dihasilkan matlab.

Ucapan terima kasih

Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada pihak-pihak yang telah membimbing, memotivasi, mendorong, dan telah membantu penulis dalam menyelesaikan artikel ini. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada seluruh pihak yang telah membantu baik secara langsung maupun secara tidak langsung.

Daftar Pustaka

- Departemen Pekejaan Umum. (1971). *Peraturan Umum bahan Bangunan Indonesia (PBI)*. Bandung: Departemen Pekejaan Umum.
- Ergun, Ali; dan Kumbasar, Nahit. (2010). A new approach of improved finite difference scheme. *Scientific Research and Essays*.
- Jhon P.T.Mo, Sherman Cheung,Raj Das. (2019). *Demystifying Numerical Models*. oxford: elsevier science & technology.
- Kelly, P. (2013). *Engineering Solid Mechanics Part II*. Auckland: The University of Auckland .
- Md. Roknuzzaman, Md. Belal Hossain, Md. Rashedul Haque, Dr. Tarif Uddin Ahmed. (2015). Analysis of Rectangular Plate with Opening by Finite Difference Method. *American Journal of Civil Engineering and Architecture*.
- Picasic, Katarina; Horvat, Marko; dan Botak, Zlatko. (2019). Finite Difference Solution of Plate Bending Using Wolfram Mathematica. *Technicki Glasnik*.
- Saloma dan Anwar Dolu. (2007). Analisis Stabilitas Struktur Pelat Dengan Solusi Deret Fourier Dan Finite Difference.
- Stephen Timosenko, S. Woinowsky Krieger. (1992). *Teori Pelat dan Cangkang*, Erlangga.
- Tjolleng, A. (2017). *Pengantar Pemrograman MATLAB*. Jakarta: PT Elex Media Komputindo.
- Widiasono, T. (2005). *Tutorial Praktis Belajar MATLAB*. Jakarta.