



ARTIKEL PENELITIAN

Penerapan Model Eksponensial dan Model Logistik untuk Memproyeksikan Jumlah Penduduk Kabupaten Lombok Timur

Jihan Khairunnisa^{1,*}, Afifurrahman²

^{1,2}Program Studi Tadris Matematika, Universitas Islam Negeri Mataram, Indonesia

*Penulis korespondensi: jihan.nisa02@gmail.com

Diterima: 18 Mei 2024; Direvisi: 16 Oktober 2024; Disetujui: 3 Januari 2025; Dipublikasi: 1 April 2025.

Abstrak:

Pertumbuhan penduduk yang signifikan di Kabupaten Lombok Timur menghadirkan tantangan dalam perencanaan kebijakan, terutama di sektor pendidikan. Untuk mengantisipasi dampaknya, penelitian ini bertujuan untuk membandingkan model eksponensial dan logistik dalam memproyeksikan jumlah penduduk hingga tahun 2033. Dengan pendekatan kuantitatif dan menggunakan data sekunder dari Badan Pusat Statistik, penelitian ini menganalisis estimasi jumlah penduduk dengan kedua model tersebut. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model eksponensial memberikan estimasi jumlah penduduk dengan tingkat kepercayaan yang lebih tinggi daripada model logistik. Penelitian ini dapat menjadi landasan bagi Pemerintah Kabupaten Lombok Timur dalam mengambil keputusan terkait pembangunan dan peningkatan sumber daya manusia untuk meningkatkan kesejahteraan masyarakat. Selain itu, hasil penelitian ini juga menunjukkan bahwa model matematika, seperti model pertumbuhan populasi, dapat diadaptasi sebagai contoh soal dalam mata kuliah persamaan diferensial, memperkaya pembelajaran matematika dengan konteks dunia nyata.

Kata Kunci: Model Eksponensial, Model Logistik, Proyeksi, Penduduk, Persamaan Diferensial

Abstract:

The significant population growth in East Lombok Regency presents challenges in policy planning, particularly in the education sector. To anticipate its impact, this research aims to compare exponential and logistic models in projecting the population until 2033. Employing a quantitative approach and utilizing secondary data from the Central Bureau of Statistics, this study analyzes population estimates using both models. The research findings indicate that the exponential model provides population estimates with higher confidence than the logistic model. This research can serve as a foundation for the East Lombok Regency Government in making decisions regarding development and human resource enhancement to improve community welfare. Additionally, the research findings demonstrate that mathematical models, such as population growth models, can be adapted for real-world context in differential equation courses, enriching mathematics learning.

Keywords: Exponential Model, Logistic Model, Projection, Population, Differential Equation

1. Pendahuluan

Matematika memiliki keterkaitan yang kuat dengan aktivitas sehari-hari, sehingga menjadi bagian yang penting dalam proses pembelajaran [1]. Dalam pembelajaran matematika, penggunaan pemodelan matematika membantu siswa dalam mengembangkan kemampuan berpikir logis, terutama melalui penyelesaian soal cerita yang menghadirkan masalah nyata [2]. Model matematika sendiri merupakan representasi atau gambaran sistem dunia nyata dalam ranah matematika, yang dibentuk melalui proses translasi masalah dunia nyata ke dalam konteks matematika, dengan tujuan tertentu. Salah satu contoh aplikasi model matematika dalam kehidupan sehari-hari adalah dalam bidang demografi.

Besarnya populasi dan pertumbuhan di suatu negara sangat mempengaruhi situasi kebijakan, budaya, pendidikan dan lingkungan hidup di negara tersebut serta biaya sumber daya alam. Laju pertumbuhan populasi global akan terus mencapai sekitar 80 juta orang setiap tahunnya selama sisa abad ini [3]. Bertambahnya jumlah penduduk membawa sejumlah tantangan, termasuk meningkatkan kesejahteraan masyarakat, menciptakan peluang kerja, mengurangi tingkat kemiskinan, meningkatkan mutu pendidikan dan kesehatan, memperluas infrastruktur, serta meningkatkan pelayanan publik [4]. Karenanya persoalan-persoalan tersebut menjadi tanggung jawab bersama, khususnya bagi pemerintah sebagai pemimpin dalam upaya perbaikan kondisi hidup masyarakat.

Pertumbuhan penduduk merupakan proses yang berlangsung terus menerus tanpa jeda atau bersifat kontinu. Model matematika yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah model pertumbuhan populasi kontinu untuk memproyeksikan jumlah penduduk Kabupaten Lombok Timur. Beberapa model pertumbuhan populasi yang kontinu adalah model pertumbuhan logistik dan eksponensial [5]. Model eksponensial menggambarkan pertumbuhan populasi tanpa batasan lingkungan, sementara model logistik mempertimbangkan pertumbuhan populasi dengan memperhitungkan keterbatasan daya dukung lingkungan [6]. Model eksponensial dan model logistik perlu dibandingkan untuk mengetahui model yang lebih akurat dalam memperkirakan pertumbuhan jumlah penduduk di Kabupaten Lombok Timur. Model yang lebih akurat dapat dimanfaatkan oleh pemerintah untuk menanggulangi permasalahan-permasalahan yang berkaitan dengan jumlah penduduk. Oleh sebab itu, penelitian ini penting dilakukan untuk mengestimasi jumlah penduduk di Kabupaten Lombok Timur dengan menerapkan kedua model tersebut.

2. Metode Penelitian

2.1. Pendekatan dan Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan melakukan perhitungan terkait jumlah penduduk di masa depan. Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian deskriptif, yaitu dengan menganalisis teori-teori atau literatur-literatur yang relevan [7]. Penelitian ini membandingkan model eksponensial dan model logistik dalam memprediksi jumlah penduduk pada tahun 2033 di Kabupaten Lombok Timur.

2.2. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder dari Badan Pusat Statistik (BPS). Data yang diambil berfokus pada jumlah penduduk Kabupaten Lombok Timur dari tahun 2015 hingga 2023. Populasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah jumlah penduduk Kabupaten Lombok Timur yang terdiri dari 21 kecamatan dari tahun ke tahun secara keseluruhan. Sampel yang digunakan dalam penelitian ini adalah data penduduk di Kabupaten Lombok Timur dari tahun 2015 sampai tahun 2023. Data ini berupa data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Nusa Tenggara Barat (NTB).

2.3. Tahapan Analisis

Analisis data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu penerapan model eksponensial dan model logistik untuk proyeksi jumlah penduduk Kabupaten Lombok Timur tahun 2033. Adapun teknis analisis data yang digunakan yaitu:

1. Mengkonstruksi model persamaan diferensial eksponensial, yaitu

$$y = y_0 e^{kt} \quad (2.1)$$

dan persamaan logistik, yaitu

$$N_1 = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-rT}} \quad (2.2)$$

2. Menentukan waktu pengukuran serta jumlah populasi awal dan jumlah populasi pada tahun berikutnya.
3. Menentukan nilai k yaitu konstanta proporsional yang terdapat pada rumus persamaan eksponensial.
4. Menentukan *carrying capacity* (K) yang terdapat pada rumus persamaan logistik.
5. Menghitung proyeksi jumlah penduduk Kabupaten Lombok Timur dengan menggunakan Microsoft Excel.
6. Membandingkan tingkat keakuratan estimasi populasi yang diperoleh dari model eksponensial dan logistik.
7. Menentukan persamaan yang paling akurat atau yang paling mendekati nilai sebenarnya dari model eksponensial dan model logistik.
8. Membandingkan akurasi model logistik dan model eksponensial dengan MAPE. Rumus perhitungan untuk MAPE adalah [8]:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|N_t - F_t|}{N_t} 100\%$$

Keterangan:

N_t = Nilai sebenarnya pada periode ke- t

F_t = Nilai ramalan pada periode ke- t

n = Banyaknya periode waktu

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Data Penduduk

Data pertumbuhan penduduk Kabupaten Lombok Timur yang digunakan dalam proyeksi penduduk tahun 2033 menggunakan model eksponensial dan logistik adalah data pertumbuhan penduduk dari tahun 2015 hingga 2023.

Tabel 3.1: Data Jumlah Penduduk Kabupaten Lombok Timur Tahun 2015-2023

Waktu	Tahun	Jumlah
$t = 0$	2015	1164018
$t = 1$	2016	1173781
$t = 2$	2017	1183204
$t = 3$	2018	1192110
$t = 4$	2019	1200612
$t = 5$	2020	1321315
$t = 6$	2021	1344733
$t = 7$	2022	1368136
$t = 8$	2023	1391382

3.2. Model Eksponensial

Model eksponensial dikemukakan oleh Malthus. Thomas Malthus (1798) mengembangkan sebuah kerangka dasar untuk memprediksi pertumbuhan populasi yang disebut model pertumbuhan eksponensial. Hukum Malthus atau hukum pertumbuhan eksponensial menyatakan bahwa laju pertumbuhan populasi (seperti mikroba, bakteri, serangga, manusia, atau binatang) sebanding dengan ukuran populasi pada saat itu. Dengan kata lain y merupakan jumlah populasi pada setiap saat, hukum Malthus dapat dirumuskan sebagai persamaan matematis sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dt} = ky \quad (3.1)$$

Dengan menyelesaikan persamaan (3.1) dengan syarat bahwa $y = y_0$ ketika $t = 0$ dengan memisahkan variabel dan melakukan integrasi, didapati hasilnya sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{y} &= k dt \\ \int \frac{dy}{y} &= \int k dt \\ \ln y &= kt + C \end{aligned}$$

syarat $y = y_0$ pada $t = 0$ memberikan $C = \ln y_0$ sehingga

$$\begin{aligned} \ln y - \ln y_0 &= kt \\ \ln \frac{y}{y_0} &= kt \end{aligned}$$

sehingga diperoleh bentuk model eksponensial (2.1) sebagai berikut:

$$y = y_0 e^{kt}$$

di mana,

y = jumlah penduduk tahun t

y_0 = jumlah penduduk pada tahun t_0

t = waktu

Jika nilai $k > 0$ atau nilai k positif, jenis pertumbuhan dikenal sebagai pertumbuhan eksponensial, sedangkan jika nilai $k < 0$ atau nilai k negatif, disebut peluruhan eksponensial.

Pada Tabel 3.1 sensus penduduk Kabupaten Lombok Timur bisa diasumsikan terlebih dahulu untuk menentukan model eksponensial bahwa t (waktu) dapat diukur pada tahun 2015 - 2023, misal pada tahun 2015 t (waktu) sama dengan 0 karena pada Tabel 3.1 awal permulaan tahun menggunakan tahun 2015, tahun 2016 nilai t nya sama dengan 1 dan seterusnya. Nilai N_0 dapat diambil dari nilai sensus di masing-masing tahun maka nilai sensus pada tahun 2015 berjumlah 1164018 jiwa, tahun 2016 nilai $N_1 = 1173781$ jiwa dan seterusnya. Maka langkah berikutnya peneliti menentukan nilai konstanta proporsional yaitu k . Dari persamaan (2.1) dapat diperoleh persamaan laju intrinsik (k):

$$k = \frac{\ln \frac{y}{y_0}}{t}$$

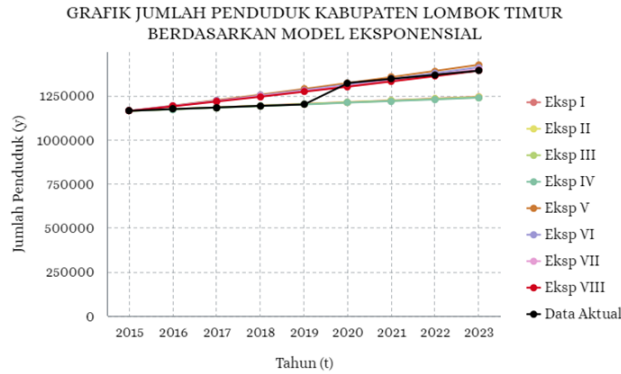
Secara keseluruhan terdapat delapan model eksponensial dengan laju intrinsik yang berbeda-beda yang akan digunakan melakukan pendugaan jumlah penduduk Kabupaten Lombok Timur pada tahun 2015 sampai tahun 2023. Berikut adalah hasil dari model eksponensial:

$y(t) = 1164018e^{(0.00835234916)t}$	Model I
$y(t) = 1164018e^{(0.008174099982)t}$	Model II
$y(t) = 1164018e^{(0.007949011052)t}$	Model I
$y(t) = 1164018e^{(0.00773840342)t}$	Model IV
$y(t) = 1164018e^{(0.02534992794)t}$	Model V
$y(t) = 1164018e^{(0.02405294454)t}$	Model VI
$y(t) = 1164018e^{(0.02308163091)t}$	Model VII
$y(t) = 1164018e^{(0.02230246059)t}$	Model VIII

Tabel 3.2: Tabel Perbandingan Data Aktual Dan Model Eksponensial

Tahun	Jumlah	Model Eksponensial							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
2015	1164018	1164018	1164018	1164018	1164018	1164018	1164018	1164018	1164018
2016	1173781	1173781	1173571.793	1173307.665	1173060.583	1193902.963	1192355.494	1191197.905	1190270.121
2017	1183204	1183625.885	1183204	1182671.468	1182173.413	1224555.191	1221382.852	1219012.464	1217114.306
2018	1192110	1193553.343	1192915.264	1192110	1191357.036	1255994.384	1251116.868	1247476.494	1244563.909
2019	1200612	1203564.066	1202706.234	1201623.858	1200612	1288240.746	1281574.745	1276605.161	1272632.584
2020	1321315	1213658.752	1212577.565	1211213.644	1209938.861	1321315	1312774.105	1306413.985	1301334.291
2021	1344733	1223838.105	1222529.916	1220879.962	1219338.177	1355238.401	1344733	1336918.847	1330683.309
2022	1368136	1234102.836	1232563.951	1230623.425	1228810.511	1390032.751	1377469.92	1368136	1360694.236
2023	1391382	1244453.66	1242680.342	1240444.647	1238356.43	1425720.41	1411003.805	1400082.076	1391382

Gambar 3.1: Grafik Perbandingan Data Aktual dan Model Eksponensial



Pada Gambar 3.1 dapat dilihat bahwa model eksponensial yang paling mendekati dengan data aktual adalah model eksponensial VIII. Hasil proyeksi penduduk pada tahun 2033 menggunakan model eksponensial VIII adalah 1.739.021 jiwa.

3.3. Model Logistik

Pierre Verhulst, seorang matematikawan dan ahli biologi Belanda, memperkenalkan model logistik pada tahun 1836 sebagai inovasi dari model pertumbuhan sebelumnya, yaitu model eksponensial yang dikemukakan oleh Malthus [7]. Model logistik berbentuk kurva sigmoid dan menggambarkan pertumbuhan penduduk secara eksponensial, diikuti penurunan pertumbuhan, dan terikat oleh daya dukung akibat tekanan ekologi yang dapat dinyatakan dengan persamaan diferensial nonlinier orde pertama sebagai persamaan membentuk [9]:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K} \right) \quad (3.2)$$

di mana parameter r nya adalah tingkat pertumbuhan dan K adalah daya dukung lingkungan hidup yang maksimal yaitu membatasi populasi sebagai $t \rightarrow \infty$ dan N adalah ukuran populasi. Persamaan (3.2) untuk N , berbicara tentang integrasi pada kedua sisi, kita dapatkan

$$\ln \left| \frac{K}{N} - 1 \right| = -rt + c \Rightarrow \frac{K}{N} - 1 = e^{-rt+c} \Rightarrow \frac{K}{N} - 1 = Ae^{-rt}$$

di mana $A = e^c = constant$.

Asumsikan $N = N_0$ (populasi awal) di $t = 0$ lalu didapatkan,

$$A = \frac{K}{N_0} - 1$$

$$\therefore N = \frac{K}{1 + Ae^{-rt}} = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1 \right) e^{-rt}} \quad (3.3)$$

Mengambil batas saat $t \rightarrow \infty$ (karena $r > 0$), maka dari persamaan (3.3) didapatkan,

$$N_{max} = K$$

Misalkan pada saat $t = 1$ dan $t = 2$ nilai dari N adalah masing-masing N_1 dan N_2 . Kemudian dari persamaan (3.3) diperoleh,

$$\frac{1 - e^{-r}}{K} = \frac{1}{N_1} - \frac{e^{-r}}{K}, \quad \frac{1 - e^{-2r}}{K} = \frac{1}{N_2} - \frac{e^{-2r}}{N_0} \quad (3.4)$$

Dengan membagi bagian kedua persamaan (3.4) oleh bagian pertama dari persamaan (3.4) didapatkan,

$$1 + e^{-r} = \frac{\frac{1}{N_2} - \frac{e^{-2r}}{N_0}}{\frac{1}{N_1} - \frac{e^{-r}}{N_0}}$$

$$e^{-r} = \frac{N_0(N_2 - N_1)}{N_2(N_1 - N_0)}$$

Dengan menempatkan nilai dari e^{-r} pada bagian pertama dari persamaan (3.4) dan menata ulang, maka

$$K = \frac{N_0N_1^2 + N_1^2N_2 - 2N_0N_1N_2}{N_1^2 - N_0N_2} \quad (3.5)$$

yang merupakan nilai pembatasan dari N .

Misalkan pada waktu $t = T$ populasi menjadi $N = N_1$, dimana T adalah tahun yang berjarak sama. Dari persamaan (3.3) dapat dituliskan sebagai berikut (lihat juga persamaan (2.2)),

$$N_1 = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-rT}} \quad (3.6)$$

$$1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-rT} = \frac{K}{N_1}$$

$$\left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-rT} = \frac{K}{N_1} - 1$$

$$e^{-rT} = \frac{\frac{K}{N_1} - 1}{\frac{K}{N_0} - 1}$$

$$e^{rT} = \frac{\frac{K}{N_0} - 1}{\frac{K}{N_1} - 1}$$

$$r = \frac{1}{T} \ln \left(\frac{\frac{K}{N_0} - 1}{\frac{K}{N_1} - 1} \right)$$

$$r = \frac{1}{T} \ln \left(\frac{\frac{1}{N_0} - \frac{1}{K}}{\frac{1}{N_1} - \frac{1}{K}} \right)$$

Perkiraan jumlah penduduk yang dapat ditampung oleh Kabupaten Lombok Timur dapat dihitung menggunakan persamaan (3.5). Nilai N_0 merupakan jumlah penduduk pada waktu $t = 0$. Perhitungan kapasitas tampung sebagai berikut:

$$K = \frac{(11640181173781^2) + (1173781^2 1183204) - (211640181173781 1183204)}{1173781^2 - (11640181 1183204)}$$

$$K = 1393670, 901$$

Nilai K disubstitusikan pada persamaan (3.6) maka akan memperoleh:

$$N_t = \frac{1393670,901}{1 + \left(\frac{1393670,901}{1164018} - 1 \right) e^{-rt}}$$

$$N_t = \frac{1393670,901}{1 + (0.1972932558)e^{-rt}}$$

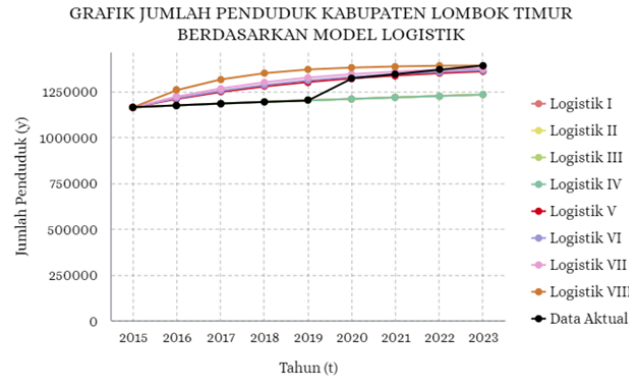
Secara keseluruhan terdapat delapan model logistik dengan laju intrinsic yang berbeda-beda yang akan digunakan untuk melakukan proyeksi penduduk Kabupaten Lombok Timur pada tahun 2015 sampai tahun 2023.

$N_t = \frac{1393670,901}{1+(0.1972932558)e^{-(0.05179442103)t}}$	Model I
$N_t = \frac{1393670,901}{1+(0.1972932558)e^{-(0.05179442103)t}}$	Model II
$N_t = \frac{1393670,901}{1+(0.1972932558)e^{-(0.05144150073)t}}$	Model III
$N_t = \frac{1393670,901}{1+(0.1972932558)e^{(0.05113183194)t}}$	Model IV
$N_t = \frac{1393670,901}{1+(0.1972932558)e^{(0.2563443342)t}}$	Model V
$N_t = \frac{1393670,901}{1+(0.1972932558)e^{(0.2817224237)t}}$	Model VI
$N_t = \frac{1393670,901}{1+(0.1972932558)e^{(0.3368706109)t}}$	Model VII
$N_t = \frac{1393670,901}{1+(0.1972932558)e^{(0.5983646172)t}}$	Model VIII

Tabel 3.3: Tabel Perbandingan Data Aktual Dan Model Logistik

Tahun	Jumlah	Model Logistik							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
2015	1164018	1164018	1164018	1164018	1164018	1164018	1164018	1164018	1164018
2016	1173781	1173781	1173781	1173715.633	1173658.263	1209069.654	1213096.17	1221588.614	1257310.483
2017	1183204	1183204	1183204	1183077.847	1182967.104	1246401.554	1252953.966	1266306.254	1315257.528
2018	1192110	1192292.472	1192292.472	1192110	1191949.777	1276912.882	1284803.589	1300291.753	1349445.849
2019	1200612	1201052.373	1201052.373	1200817.918	1200612	1301569.966	1309926.244	1325695.492	1369007.539
2020	1321315	1209490.084	1209490.084	1209207.846	1208959.896	1321315	1329540.868	1344449.771	1380004.303
2021	1344733	1217612.359	1217612.359	1217286.39	1216999.943	1337011.272	1344733	1358168.35	1386124.917
2022	1368136	1225426.272	1225426.272	1225060.467	1224738.928	1349416.571	1356426.996	1368136	1389512.661
2023	1391382	1232939.164	1232939.164	1232537.261	1232183.893	1359175.876	1365385.421	1375342.91	1391382

Gambar 3.2: Grafik Perbandingan Data Aktual dan Model Logistik



Pada Gambar 3.2 dapat dilihat bahwa model logistik V adalah model yang paling mendekati dengan data aktual. Hasil proyeksi penduduk Kabupaten Lombok Timur pada tahun 2033 menggunakan model logistik V adalah 1.390.951 jiwa.

3.4. Galat

MAPE adalah metode perhitungan yang mengukur perbedaan antara data asli dan data hasil peramalan. Rata-rata persentase tersebut memberikan nilai akurasi keseluruhan dari peramalan. MAPE umumnya digunakan untuk menilai akurasi time series, terutama dalam mengukur tren [10]. Dalam menggunakan metode MAPE, ketika nilai peramalan mendekati nol, maka tingkat akurasi peramalan semakin tinggi.

Perhitungan model eksponensial dan model logistik menghasilkan beberapa persamaan yang dapat digunakan dalam proyeksi penduduk. Model terbaik adalah model yang menghasilkan data-data yang cukup mendekati (galat terkecil) dengan data sebenarnya, atau jika ditampilkan dalam bentuk grafik maka model terbaik adalah model grafik yang paling mendekati dengan grafik data sebenarnya. Grafik perbandingan data aktual jumlah penduduk dengan hasil proyeksi penduduk model eksponensial dan model logistik dapat dilihat pada Gambar 3.3.

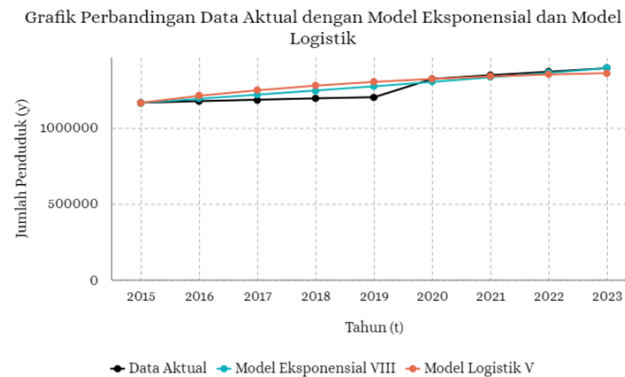
Tabel 3.4: Tabel Galat Model Eksponensial

Tahun	Model Eksponensial							
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
2015	0	0	0	0	0	0	0	0
2016	0	0.000178233418	0.000403256655	0.000613757592	0.0171428597	0.01582449707	0.01483829181	0.01404786838
2017	0.000356561506	0	0.000450076234	0.00087101379	0.03494848817	0.03226734528	0.03026398153	0.02865972901
2018	0.001210746492	0.000675494711	0	0.000631622921	0.05358933655	0.04949783829	0.04644411506	0.04400089673
2019	0.002458801011	0.001744305404	0.00084278518	0	0.07298673177	0.06743456254	0.06329535354	0.05998656019
2020	0.08147659566	0.08229486156	0.08332710671	0.08429189028	0	0.006463935549	0.01127741303	0.0151218362
2021	0.08990252712	0.09087535146	0.09210232663	0.09324886279	0.007812257898	0	0.005810932728	0.01044794097
2022	0.09796771958	0.0990925237	0.1005108958	0.1018359936	0.01600480581	0.006822362689	0	0.005439345211
2023	0.1055988506	0.1068733518	0.1084801679	0.1099809901	0.02467935477	0.01410238525	0.006252830639	0
$\sum \frac{galat}{n} / n$	0.0421079780	0.0424149025	0.0429018461	0.0434971257	0.0252404261	0.0213792141	0.0197981020	0.0197449085
%	4.21%	4.24%	4.29%	4.35%	2.52%	2.14%	1.98%	1.97%

Tabel 3.5: Tabel Galat Model Logistik

Tahun	Model Logistik							
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
2015	0	0	0	0	0	0	0	0
2016	0	0	0.000055689264	0.000104565502	0.03006408691	0.03349446788	0.04072958584	0.07116274927
2017	0	0	0.000106619822	0.000200215686	0.05341222139	0.05895007623	0.07023493328	0.1116067288
2018	0.000153066412	0.000153066412	0	0.000134402866	0.07113679275	0.07775590256	0.09074812979	0.1319809825
2019	0.000366790437	0.000366790437	0.000171510863	0	0.08408875307	0.09104876846	0.1041831099	0.1402580842
2020	0.08463153449	0.08463153449	0.08484513837	0.08503279233	0	0.006225516247	0.01750889909	0.04441734409
2021	0.09453225361	0.09453225361	0.09477465787	0.0949876719	0.005742201612	0	0.009991091168	0.03078076986
2022	0.1043096066	0.1043096066	0.1045769814	0.1048120011	0.01368243289	0.008558362619	0	0.01562466085
2023	0.1138744328	0.1138744328	0.1141632844	0.1144172535	0.02314685974	0.01868399836	0.01152745256	0
$\sum \frac{galat}{n} / n$	0.04420752	0.04420752	0.04429932	0.044409878	0.031252594	0.032746344	0.0383248	0.060647924
%	4.42%	4.42%	4.43%	4.44%	3.13%	3.27%	3.83%	6.06%

Gambar 3.3: Grafik Perbandingan Data Aktual dengan Model Eksponensial dan Model Logistik



3.5. Pembahasan

Berdasarkan Tabel 3.4 diketahui bahwa model eksponensial yang memiliki galat terkecil adalah model VIII dengan nilai sebesar 1,97% dengan persamaan $y(t) = 1164018e^{(0.02230246059)t}$. Model ini dapat digunakan untuk memprediksi jumlah penduduk Kabupaten Lombok Timur, sehingga jika dimisalkan $t = 18$ pada tahun 2033 menggunakan model tersebut diperoleh jumlah penduduk Kabupaten Lombok Timur 1.739.021 jiwa. Sedangkan model logistik yang memiliki galat terkecil adalah model V dengan nilai sebesar 3,13% dengan persamaan $N_t = \frac{1393670,901}{1+(0.1972932558)e^{-(0,2563443342)t}}$ dan diperoleh jumlah penduduk Kabupaten Lombok Timur pada tahun 2033 sejumlah 1.390.951 jiwa. Berdasarkan grafik perbandingan antara data aktual dan model eksponensial serta model logistik pada Gambar 3.3, terlihat bahwa grafik model eksponensial lebih mendekati data aktual. Selain itu, jika kita melihat dari nilai MAPE, model eksponensial VIII terbukti lebih akurat dalam memproyeksikan jumlah penduduk di masa mendatang untuk wilayah Kabupaten Lombok Timur. Hal ini disebabkan oleh fakta bahwa model eksponensial VIII memiliki nilai MAPE yang paling mendekati nol. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa model eksponensial lebih akurat dibandingkan model logistik dalam memproyeksikan jumlah penduduk Kabupaten Lombok Timur. Penelitian ini sejalan dengan Nasrun Rozikin dkk. (2021) di Mataram, yang menemukan bahwa model eksponensial lebih akurat memproyeksikan jumlah penduduk, karena Kota Mataram masih mampu menampung pertumbuhan penduduk. Hal ini mendukung bahwa pertumbuhan eksponensial masih relevan di Kabupaten Lombok Timur. Namun, penelitian Dewi Anggraeni

(2023) dan Arief Kurniawan (2017) menunjukkan bahwa model logistik lebih akurat di wilayah lain, menandakan bahwa keakuratan proyeksi penduduk bergantung pada karakteristik wilayah yang diteliti.

Hasil penelitian tersebut memiliki potensi menjadi landasan bagi Pemerintah Kabupaten Lombok Timur dalam pengambilan keputusan terkait pembangunan dan peningkatan sumber daya manusia, yang pada gilirannya akan berkontribusi pada peningkatan kesejahteraan masyarakat Kabupaten Lombok Timur. Selain itu, model matematika yang digunakan dalam penelitian ini juga dapat diadaptasi sebagai contoh soal dalam mata kuliah persamaan diferensial, menghadirkan relevansi praktis dalam pembelajaran matematika.

4. Kesimpulan

Dari analisis dan pembahasan yang telah dilakukan dalam penelitian ini, dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Setelah dilakukan analisis galat model, disimpulkan bahwa Model Eksponensial VIII dengan bentuk persamaan $y(t) = 1164018e^{(0.02230246059)t}$ sebagai model eksponensial terbaik dengan galat atau nilai MAPE terkecil yaitu sebesar 1,97%. Sedangkan Model Logistik V dengan bentuk persamaan $N_t = \frac{1393670,901}{1+(0.1972932558)e^{-(0,2563443342)t}}$ sebagai model logistik terbaik dengan galat atau nilai MAPE sebesar 3,13%. Proyeksi penduduk Kabupaten Lombok Timur pada tahun 2033, berdasarkan Model Eksponensial VIII, menghasilkan angka sebesar 1.739.021 jiwa, sedangkan menggunakan Model Logistik V menghasilkan angka sebesar 1.390.951 jiwa.
2. Perhitungan nilai MAPE proyeksi penduduk Kabupaten Lombok Timur yang paling kecil menggunakan Model Eksponensial. sehingga dapat disimpulkan model eksponensial adalah model yang lebih tepat digunakan untuk memproyeksikan jumlah penduduk Kabupaten Lombok Timur.

Penelitian ini menyarankan perlunya pengembangan lebih lanjut dengan memperluas model pertumbuhan matematika yang digunakan untuk mencapai hasil yang lebih tepat dan akurat.

Referensi

- [1] H. Pratikno, "Analisis kompetensi pemodelan matematika siswa smp pada kategori kemampuan matematika berbeda," *Konf. Nas. Penelit. Mat. dan Pembelajarannya IV, Univ. Muhammadiyah Surakarta*, p. 1, 2019. [View online](#).
- [2] R. A. Bahir and H. L. Mampouw, "Identifikasi kesalahan siswa sma dalam membuat pemodelan matematika dan penyebabnya," *J. Cendekia J. Pendidik. Mat.*, vol. 4, no. 1, pp. 72–81, 2020. [View online](#).
- [3] J. S. B. N. U. P. S. M. Suravi, R. N. and H. S. Ali, "A study on "comparative analysis to predict the future population growth in india a study on "comparative analysis to predict the future population growth in india, bangladesh, and pakistan using mathematical models exponential, hyperbolic, logistic growth," *Int. J. Math. Comput. Appl. Res.*, vol. 13, no. 1, pp. 1–16, 2023. [View online](#).
- [4] T. A. Watik, D. and F. Novitasari, "Analisis peran pemerintahan dalam pengendalian pertumbuhan penduduk," *Res. FAIR UNISRI*, vol. 6, no. 1, pp. 45–56, 2022. [View online](#).
- [5] H. I. Kurniawan, A. and F. Kristanti, "Aplikasi persamaan diferensial biasa model eksponensial dan logistik pada pertumbuhan penduduk kota surabaya," *MUST J. Math. Educ. Sci. Technol.*, vol. 2, no. 1, pp. 129–141, 2017. [View online](#).
- [6] I. Suryani and N. Khasanah, "Model eksponensial dan logistik serta analisis kestabilan model pada perhitungan proyeksi penduduk provinsi riau," *Fourier*, vol. 11, no. 1, pp. 22–39, 2022. [View online](#).

- [7] A. Mukhid, "Metodologi penelitian kuantitatif," *Surabaya CV Jakad Media Publishing*, 2019. [View online](#).
- [8] R. M. Fauzi and D. I. Mulyana, "Implementasi data mining menggunakan metode least square untuk memprediksi penjualan lampu led pada pt. sumber dinamika solusitama," *J. Sos. Teknol*, vol. 1, no. 8, pp. 907–919, 2021. [View online](#).
- [9] M. G. J. N. Ullah, M. S. and M. A. H. Khan, "Analyzing and projection of future bangladesh population using logistic growth model," *Int. J. Mod. Nonlinear Theory Appl.*, vol. 8, no. 3, pp. 53–61, 2019. [View online](#).
- [10] W. V. Nurkahfi, M. B. and B. H. Prakoso, "Perbandingan metode double exponential smoothing dan least square untuk sistem prediksi hasil produksi teh," *BIOS J. Teknol. Inf. dan Rekayasa Komputer*, vol. 1, no. 2, pp. 48–53, 2021. [View online](#).

Format Sitasi IEEE:

J. Khairunnisa and Afifurrahman. "Penerapan Model Eksponensial dan Model Logistik untuk Memproyeksikan Jumlah Penduduk Kabupaten Lombok Timur", *Jurnal Diferensial*, vol. 7(1), pp. 1-12, 2025.

This work is licensed under a [Creative Commons "Attribution-ShareAlike 4.0 International"](#) license.

