

ANALISIS PERBANDINGAN BILANGAN REPRODUKSI DASAR COVID-19 PADA BULAN AGUSTUS DAN SEPTEMBER TAHUN 2021 DI KOTA KUPANG

Ariyanto^{1*}

1. Program Studi Matematika, FST, Universitas Nusa Cendana

Penulis Korespondens: ariyanto@staf.undana.ac.id

ABSTRAK

Naskah ini bertujuan untuk mencari nilai bilangan reproduksi dasar (\mathcal{R}_0) berbasiskan data lapangan pada bulan Agustus dan September tahun 2021 di Kota Kupang. Model yang menjadi referensi kertas kerja ini terdiri dari lima kompartemen yakni kelas rentan (S), kelas terpapar (E), kelas terinfeksi tanpa gejala (A), kelas terinfeksi dengan gejala (I), dan kelas sudah sembuh atau kebal (R). Konstruksi estimasi bilangan reproduksi dasar \mathcal{R}_0 adalah menggunakan asumsi bahwa jumlah individu terpapar, jumlah individu terinfeksi tanpa gejala, dan jumlah individu terinfeksi dengan gejala tumbuh secara eksponensial. Luaran dari naskah ini diperoleh bahwa pada bulan Agustus tahun 2021 nilai $\mathcal{R}_0 = 1,107$ dan pada bulan September nilai $\mathcal{R}_0 = 0,0086$. Jadi, pada bulan Agustus tahun 2021 Kota Kupang masuk kategorik endemik kasus covid-19, dan pada bulan September kasus covid-19 berpotensi akan hilang dari populasi.

Kata Kunci : Model Matematika, COVID-19, Estimasi \mathcal{R}_0 .

1. PENDAHULUAN

Kasus covid-19 di Kota Kupang naik sangat signifikan dari waktu ke waktu. Tanggal 10 April 2020 merupakan kasus kejadian pertama covid-19 di Kota Kupang sebanyak satu kasus, dan sekarang total kasus hingga pengambilan data terakhir dari naskah ini adalah sebanyak 15.201 kasus. Terdapat dua fenomena menarik tentang trend kenaikan dan penurunan kasus covid-19 di Kota Kupang, yaitu pada bulan agustus tahun 2021 terjadi kenaikan kasus dan bulan September tahun 2021 ada penurunan kasus covid-19 (<https://kupangkota.go.id/>). Tulisan ini bertujuan untuk mencari nilai bilangan reproduksi dasar (\mathcal{R}_0) kasus covid-19 di Kota Kupang pada bulan Agustus dan September tahun 2021.

Model matematika penyebaran COVID-19 sudah banyak diformulasi [1], [2]. Model matematika digunakan dalam tulisan ini terdiri dari lima kompartemen, yaitu kelas rentan (S), kelas terpapar (E), kelas terinfeksi tanpa gejala (A), kelas terinfeksi dengan gejala (I), dan kelas sudah sembuh atau kebal (R). Beberapa asumsi dasar model matematika dalam kertas kerja ini antara lain : (i) laju kesembuhan antara individu

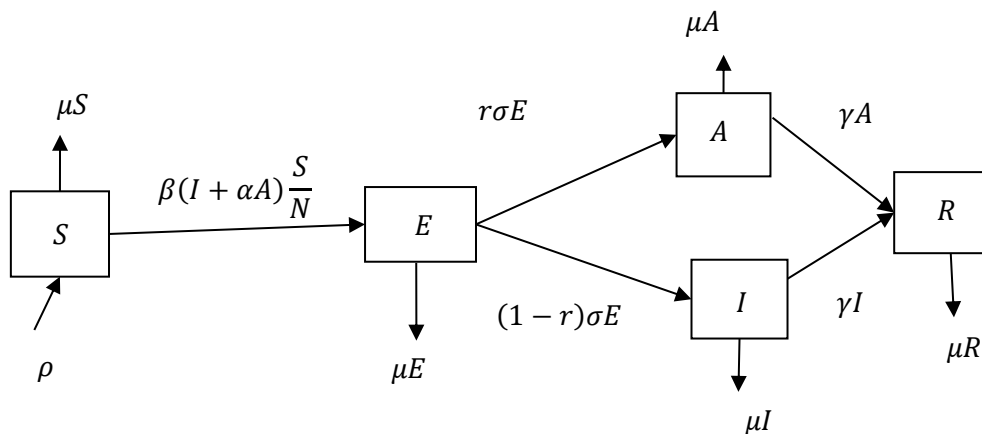
terinfeksi tanpa gejala dengan individu terinfeksi bergejala adalah sama, (ii) Total populasi adalah konstan. Model matematika menjadi rujukan dalam tulisan naskah ini merupakan model pada [2]. Pada tulisan ini untuk mendapatkan nilai estimasi bilangan reproduksi dasar maka dicari dahulu nilai *take-off rate* dari data lapangan dengan asumsi bahwa jumlah individu terpapar, jumlah, individu terinfeksi tanpa gejala, dan jumlah individu terinfeksi dengan gejala tumbuh secara eksponensial pada laju yang sama dengan periode waktu relatif singkat. Rujukan naskah ini untuk mencari estimasi bilangan reproduksi dasar berdasarkan kertas kerja pada [3]–[9].

2. METODE

2.1. Formulasi Model Matematika

Model matematika yang digunakan dalam tulisan ini adalah model yang sudah ada diberbagai literatur. Model menjadi rujukan kami ada pada referensi [2]. Keaslian dari naskah ini adalah pada perhitungan estimasi bilangan reproduksi dasar berbasis data lapangan. Model matematika terdiri dari lima kompartemen yaitu kelas rentan (S), kelas terpapar (E), kelas terinfeksi tanpa gejala (A), kelas terinfeksi dengan gejala (I), dan kelas sudah sembuh atau kebal (R).

Skema dari model tersaji dalam gambar 2.1. berikut ini.



Gambar 2.1. skema pemodelan transmisi covid-19

Model matematika penyebaran covid-19 berdasarkan gambar 1 disajikan berikut ini.

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= \rho - \beta \frac{SI}{N} - \alpha\beta \frac{SA}{N} - \mu S \\
 \frac{dE}{dt} &= \beta \frac{SI}{N} + \alpha\beta \frac{SA}{N} - \sigma E - \mu E \\
 \frac{dA}{dt} &= r\sigma E - \gamma A - \mu A
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

$$\frac{dI}{dt} = (1 - r) \sigma E - \gamma I - \mu I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma A + \gamma I - \mu R$$

dengan :

ρ : laju rekrutmen manusia

β : laju transmisi penyakit

σ : laju inkubasi penyakit

γ : laju kesembuhan penyakit

μ : laju kematian alamiah

r : proporsi individu terpapar menjadi individu terinfeksi tanpa gejala

α : proporsi penurunan kecepatan transmisi untuk individu terinfeksi tanpa gejala

Model di atas memiliki dua titik tetap, yaitu titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik. Titik tetap diperoleh dengan cara membuat ruas kanan persamaan (2.1) sama dengan nol, yaitu

$$\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dA}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \text{ dan } \frac{dR}{dt} = 0. \text{ Titik tetap bebas penyakit adalah } (N, 0, 0, 0, 0) \quad (2.2)$$

Nilai \mathcal{R}_0 dicari dengan menggunakan *next generation matrix* (NGM), dan NGM dicari melalui konstruksi vektor transmisi baru F dan vektor transisi V yakni

$$F = \begin{bmatrix} \beta \frac{SI}{N} + \alpha \beta \frac{SA}{N} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dan } V = \begin{bmatrix} -(\sigma + \mu)E \\ r\sigma E - (\gamma + \mu)A \\ (1 - r)\sigma E - (\gamma + \mu)I \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

selanjutnya, mencari Jacobian persamaan (4) dengan cara mengambil derivatif parsial terhadap E , A , dan I sehingga diperoleh matriks transmisi dan transisi F dan V kemudian dicari invers dari matriks transisi V maka perkali dari $-F V^{-1}$ merupakan *next generation matrix* yakni

$$NGM = \begin{bmatrix} \frac{\alpha\beta r\sigma S}{N(\sigma+\mu)(\gamma+\mu)} + \frac{\beta(1-r)\sigma S}{N(\sigma+\mu)(\gamma+\mu)} & \frac{\alpha\beta S}{N(\gamma+\mu)} & \frac{\beta S}{N(\gamma+\mu)} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Substitusi persamaan (2) ke persamaan (4) maka diperoleh

$$NGM = \begin{bmatrix} \frac{\alpha\beta r\sigma}{(\sigma+\mu)(\gamma+\mu)} + \frac{\beta(1-r)\sigma}{(\sigma+\mu)(\gamma+\mu)} & \frac{\alpha\beta}{(\gamma+\mu)} & \frac{\beta}{(\gamma+\mu)} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

NGM pada persamaan (5) memiliki dua nilai eigen yaitu

$$0 \text{ dan } \frac{\alpha\beta r\sigma}{(\sigma+\mu)(\gamma+\mu)} + \frac{\beta(1-r)\sigma}{(\sigma+\mu)(\gamma+\mu)}$$

Oleh karena itu, bilangan reproduksi dasar pada persamaan (2.1) adalah nilai eigen terbesar yakni

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\alpha\beta r\sigma}{(\sigma+\mu)(\gamma+\mu)} + \frac{\beta(1-r)\sigma}{(\sigma+\mu)(\gamma+\mu)} \quad (2.6)$$

2.2. Konstruksi estimasi \mathcal{R}_0

Diasumsikan bahwa jumlah populasi manusia terpapar, jumlah populasi manusia terinfeksi tanpa gejala dan jumlah populasi terinfeksi dengan gejala akan tumbuh secara eksponensial dengan laju pertumbuhan yang sama yakni

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0 e^{\lambda t} \\ A(t) &= A_0 e^{\lambda t} \\ I(t) &= I_0 e^{\lambda t} \end{aligned} \tag{2.7}$$

dimana E_0 , A_0 , dan I_0 adalah konstan dan λ adalah *take-off rate* pada awal kenaikan dan penurunan infeksi kasus covid-19.

Selanjutnya, dengan melakukan substitusi persamaan (2.7) ke persamaan (2.1) maka diperoleh nilai estimasi bilangan reproduksi dasar sebagai berikut.

$$\mathcal{R}_0 = \left(1 + \frac{\lambda}{\gamma + \mu}\right) \left(1 + \frac{\lambda}{\sigma + \mu}\right) \tag{2.8}$$

Ndii[5] secara umum nilai bilangan reproduksi dasar memiliki tiga kemungkinan yaitu : (i) bila $\mathcal{R}_0 < 1$ maka penyakit akan menghilang, (ii) bila $\mathcal{R}_0 = 1$ maka penyakit akan menetap, dan (iii) bila $\mathcal{R}_0 > 1$ maka penyakit akan meningkat menjadi wabah [10].

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Analisis Kasus Covid-19 Bulan Agustus Tahun 2021

Kasus covid-19 di Kota Kupang pada bulan Agustus tahun 2021 mengalami trend kenaikan. Oleh karena itu data yang diambil adalah data total kasus kenaikan infeksi yang disajikan dalam tabel berikut ini. Sumber data pada <https://kupangkota.go.id/>.

Tabel 2.1. Data COVID-19 Kota Kupang Bulan Agustus 2021

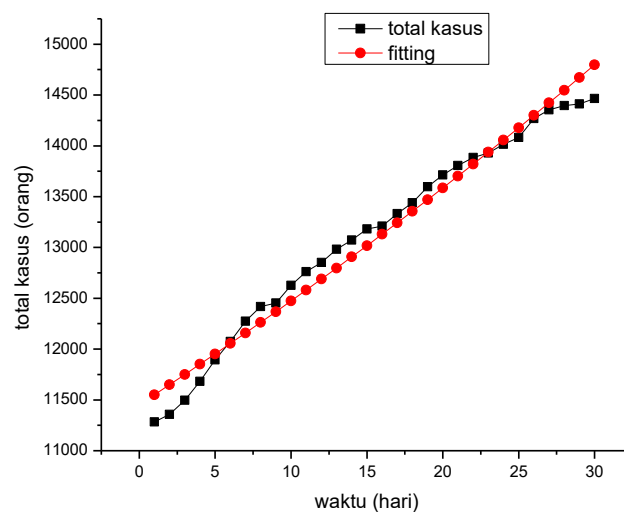
No	Total Kasus Infeksi Harian
1	11.284
2	11.358
3	11.496
4	11.682
5	11.894
6	12.074
7	12.274
8	12.418
9	12.453
10	12.626
11	12.761
12	12.852
13	12.982

14	13.073
15	13.181
16	13.209
17	13.332
18	13.440
19	13.597
20	13.713
21	13.806
22	13.885
23	13.930
24	14.014
25	14.082
26	14.267
27	14.354
28	14.395
29	14.411
30	14.465

Berdasarkan data pada Tabel 2.1. maka setelah dianalisis menggunakan regresi linear dengan software MINITAB versi 18 maka diperoleh model fitting sebagai berikut :

$$I(t) = 11.453 \times e^{0,008539 t} \quad (3.1)$$

Dengan menggunakan software OriginLab versi 8 maka grafik data total kasus covid-19 dan fitting adalah



Gambar 3.1. Grafik total kasus dan fitting

Dengan menggunakan software Minitab maka hasil analisis menunjukkan bahwa r – squared yang diperoleh adalah 97,25 % dan nilai *take-off rate* sebesar $\lambda = 0,008539$. Rata-rata persentase kesalahan relatif antara total kasus dan fitting sebesar 1,06 %. Hubungan antar parameter bio-epidemiological diberikan oleh Tabel berikut ini.

Tabel 3.1. Deskripsi dan Nilai Parameter

Notasi	Definisi	Nilai
σ	laju inkubasi penyakit	$\frac{1}{5,1} \frac{1}{\text{hari}}$
γ	laju kesembuhan penyakit	$0,13978 \frac{1}{\text{hari}}$
μ	laju kematian alamiah	$\frac{1}{70 \times 365} \frac{1}{\text{hari}}$
α	proporsi penurunan kecepatan transmisi untuk individu terinfeksi tanpa gejala	35 %
r	proporsi individu terpapar menjadi individu terinfeksi tanpa gejala	20 %

Nilai parameter μ adalah satu per angka harapan hidup rata-rata penduduk Kota Kupang, sedangkan nilai parameter σ dan γ merujuk pada literature [10], sedangkan nilai α dan r merupakan nilai estimasi. Dengan mensubstitusi nilai parameter pada Tabel 2 ke persamaan (8) maka diperoleh nilai estimasi \mathcal{R}_0 yakni $\mathcal{R}_0 = 1,107$.

3.2 Analisis Kasus Covid-19 Bulan September Tahun 2021

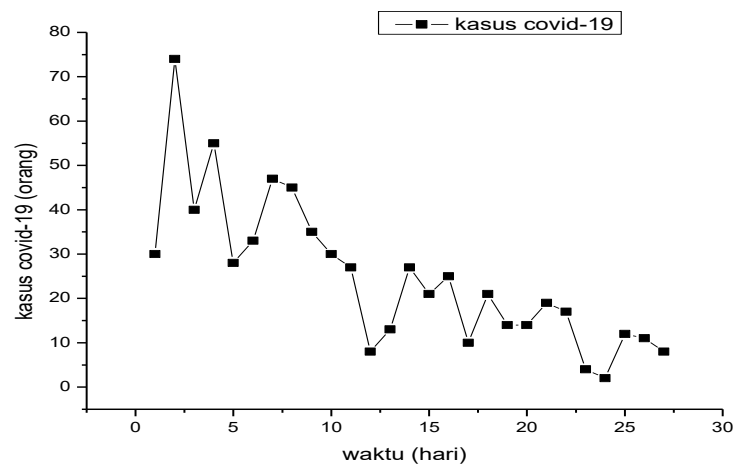
Kasus covid-19 pada bulan September Tahun 2021 di Kota Kupang mengalami trend penurunan. Oleh karena itu data yang dianalisis adalah data real kasus harian . Data disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 3. 2. Data Kasus Infeksi Harian Bulan September Tahun 2021

No	Kasus Infeksi Harian
1	30
2	74
3	40
4	55
5	28
6	33
7	47
8	45

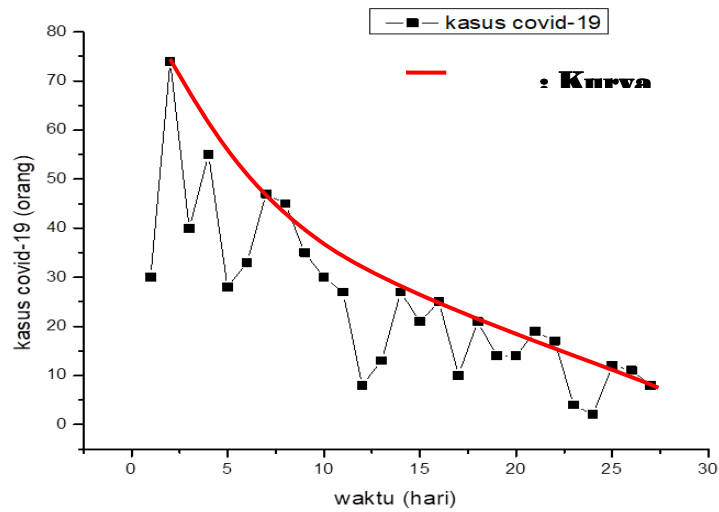
9	35
10	30
11	27
12	-
13	8
14	-
15	13
16	27
17	21
18	25
19	10
20	-
21	21
22	14
23	14
24	19
25	17
26	4
27	2
28	12
29	11
30	8

Data kasus harian tercatat nol maka tidak diikutkan dalam analisis (diabaikan).
 Plot data pada Tabel 3.2. yakni



Gambar 3.2. Plot data kasus infeksi harian

Dari Gambar 3.2. akan dipilih data berpola *eksponensial turun* sebagai berikut.



Gambar 3.3. Estimasi kurva

Berdasarkan Gambar 3.3. maka titik-titik data yang mendekati kurva eksponensial turun yakni

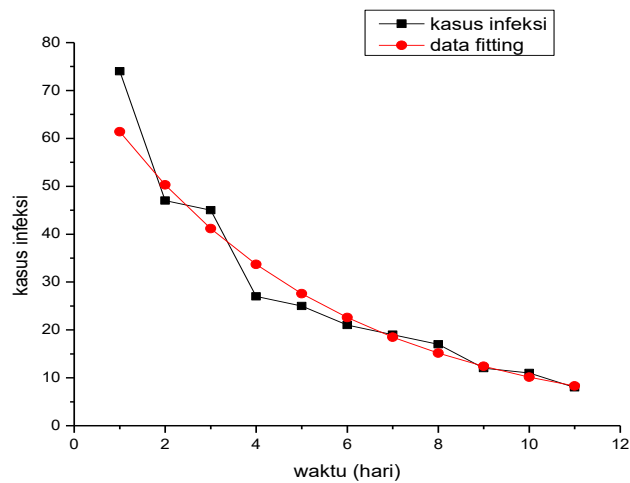
Tabel 3.3. Data Infeksi Eksponensial Turun

No	Data Infeksi eksponensial turun
1	74
2	47
3	45
4	27
5	25
6	21
7	19
8	17
9	12
10	11
11	8

Berdasarkan data pada Tabel 3.3. maka setelah dianalisis menggunakan regresi linear dengan software MINITAB versi 18 maka diperoleh model fitting sebagai berikut :

$$I(t) = 75 \times e^{-0,2 t} \quad (11)$$

Dengan menggunakan software OriginLab versi 8 maka grafik data kasus covid-19 dan fitting adalah



Gambar 3.4. Grafik data infeksi eksponensial dan

Dengan menggunakan software Minitab maka hasil analisis menunjukkan bahwa r – squared yang diperoleh adalah 97,06 % dan nilai *take-off rate* sebesar $\lambda = -0,2$. Rata-rata persentase kesalahan relatif antara data infeksi eksponensial dan fitting sebesar 9,3 %. Dengan mensubstitusi nilai parameter pada Tabel 2 ke persamaan (8) maka akan diperoleh nilai estimasi \mathcal{R}_0 yakni $\mathcal{R}_0 = 0,0086$

Berdasarkan keseluruhan uraian analisis di atas maka memberikan gambaran jelas bahwa penyebaran kasus covid-19 pada bulan Agustus Tahun 2021 di Kota Kupang masih dalam kategori endemik karena $\mathcal{R}_0 = 1,107 > 1$. Hal ini berarti satu orang yang terinfeksi covid-19 dapat menularkan 1,107 orang baru menjadi terinfeksi covid-19, dan sebaliknya pada bulan September kasus covid-19 di Kota akan menghilang dari populasi karena $\mathcal{R}_0 = 0,0086 < 1$. Tetapi hasil awal dari naskah ini masih merupakan peringatan dini saja, dan belum bisa dijadikan acuan final karena kasus covid-19 masih sangat dinamis dan fluktuatif secara domestik maupun global.

4. SIMPULAN

Makalah ini membahas nilai estimasi bilangan reproduksi dasar di Kota Kupang pada bulan Agustus dan September 2021. Model yang digunakan adalah model standar berdasarkan rujukan pada literatur. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai estimasi bilangan reproduksi dasar pada bulan agustus sebesar $\mathcal{R}_0 = 1,107$, dan nilai bilangan

reproduksi dasar pada bulan September sebesar $\mathcal{R}_0 = 0,0086$. Hasil ini memberi gambaran bahwa status covid-19 di Kota Kupang pada bulan Agustus adalah kategorik endemik sedangkan status covid-19 pada bulan September akan berpotensi hilang dari populasi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] D. Aldila, M. Z. Ndi, and B. M. Samiadji, "Optimal control on COVID-19 eradication program in Indonesia under the effect of community awareness," *Mathematical Biosciences and Engineering*, vol. 17, no. 6, pp. 6355–6389, 2020, doi: 10.3934/mbe.2020335.
- [2] M. Z. Ndi, P. Hadisoemarto, D. Agustian, and A. K. Supriatna, "An analysis of Covid-19 transmission in Indonesia and Saudi Arabia," *Communication In Biomathematical Sciences*, vol. 3, pp. 19–27, 2020.
- [3] Jafaruddin, S. W. Indratno, N. Nuraini, A. K. Supriatna, and E. Soewono, "Estimation of the Basic Reproductive Ratio for Dengue Fever at the Take-Off Period of Dengue Infection," *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, vol. 2015, p. 206131, Aug. 2015, doi: 10.1155/2015/206131.
- [4] R. P. Sanches and E. Massad, "A comparative analysis of three different methods for the estimation of the basic reproduction number of dengue," *Infectious Disease Modelling*, vol. 1, no. 1, pp. 88–100, Oct. 2016, doi: 10.1016/j.idm.2016.08.002.
- [5] G. Chowell *et al.*, "Estimation of the reproduction number of dengue fever from spatial epidemic data," *Mathematical Biosciences*, vol. 208, no. 2, pp. 571–589, Aug. 2007, doi: 10.1016/j.mbs.2006.11.011.
- [6] J. Ma, "Estimating epidemic exponential growth rate and basic reproduction number," *Infectious Disease Modelling*, vol. 5, pp. 129–141, Jan. 2020, doi: 10.1016/j.idm.2019.12.009.
- [7] M. Z. Ndi, N. Anggriani, J. J. Messakh, and B. S. Djahi, "Estimating the reproduction number and designing the integrated strategies against dengue," *Results in Physics*, vol. 27, p. 104473, Aug. 2021, doi: 10.1016/j.rinp.2021.104473.
- [8] E. M. Banni, M. A. Kleden, M. Lobo, and M. Z. Ndi, "Estimasi Reproduction Number Model Matematika Penyebaran Malaria di Sumba Tengah, Indonesia," *Jambura Journal of Biomathematics*, vol. 2, no. 1, pp. 13–19, 2021.
- [9] A. K. Supriatna, "Estimating the basic reproduction number of dengue transmission during 2002-2007 outbreaks in Bandung, Indonesia," Dec. 2009, [Online]. Available: <https://apps.who.int/iris/handle/10665/170937>
- [10] M. Z. Ndi, *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi Dan Penyebaran Penyakit Teori, Aplikasi, Dan Numerik*. Deepublish, 2018. [Online]. Available: <https://books.google.co.id/books?id=gaCHDwAAQBAJ>