

ESTIMASI BILANGAN REPRODUKSI DASAR PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS DI KABUPATEN BIMA TAHUN 2022

Ariyanto^{1,*}, Rapmaida M. Pangaribuan¹

1. Program Studi Matematika, FST, Universitas Nusa Cendana, Kupang, NTT

*Penulis korespondensi: ariyanto@staf.undana.ac.id

ABSTRAK

Telah dilakukan penelitian untuk mencari nilai estimasi bilangan reproduksi dasar penyebaran penyakit tuberkulosis di Kabupaten Bima dengan menggunakan model matematika SEIR. Penyebaran penyakit tuberkulosis di Kabupaten Bima dari bulan November tahun 2021 sampai dengan April tahun 2022 mengalami trend penurunan kasus yang sangat signifikan. Berdasarkan hasil analisis data lapangan dari Dinas Kesehatan Kabupaten Bima diperoleh nilai estimasi bilangan reproduksi dasar sebesar $\mathcal{R}_0 = 0.085$. Karena nilai bilangan reproduksi dasar lebih kecil dari satu, penyebaran penyakit tuberkulosis pada durasi waktu tersebut di atas akan hilang dari populasi Kabupaten Bima.

Kata kunci : Tuberkulosis, Model Matematika, Bilangan Reproduksi Dasar

1. PENDAHULUAN

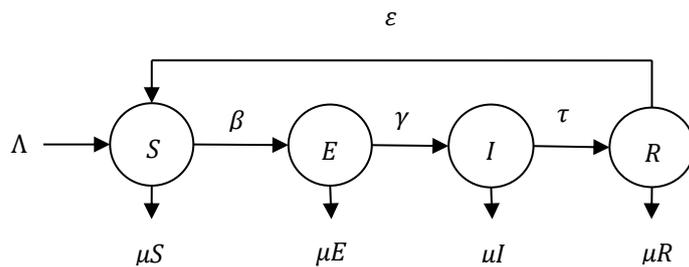
Penyakit tuberkulosis tetap merupakan penyakit menular sangat mematikan sampai dengan saat ini. Laporan WHO tahun 2022 mencatat setiap hari terdapat 1.400 orang meninggal dunia karena penyakit tuberkulosis dan hampir 2.800 orang setiap hari juga terpapar oleh penyakit ini, dan pada tahun 2021 tercatat ada total 97.000 orang kehilangan nyawa karena penyakit tuberculosi [1]. Menurut rilis Kementerian Kesehatan pada tahun 2022 diduga ada sekitar 824.000 kasus penyebaran penyakit tuberkulosis di Indonesia, dan diusakan pada tahun 2024 sekitar 90% sudah mampu dideteksi [1]. Pada rentang waktu dari Januari 2020 hingga Mei 2022 ditemukan 1.245 total kasus tuberculosi di Kabupaten Bima. Oleh karena itu Kabupaten Bima termasuk kategori darurat tuberkulosis. Pandemi Covid-19 lebih kurang dua tahun terakhir juga telah memberi dampak cukup signifikan pada temuan penurunan kasus TB di Kabupaten Bima [2]. Salah satu alat analisis yang efektif dalam memahami dinamika penyebaran penyakit pada suatu populasi adalah model matematika [3], [4]. Elemen yang penting dalam mengkaji model matematika adalah bilangan reproduksi dasar (\mathcal{R}_0) dimana bilangan reproduksi dasar tersebut merupakan ambang batas dalam menentukan keendemikan suatu penyakit [5]. Pada tulisan ini nilai bilangan reproduksi

dasar diestimasi berdasarkan data real yang tersedia dilapangan, dan teknik perhitungan estimasi nilai \mathcal{R}_0 merujuk pada tulisan [6]–[8]. Penelitian penyebaran penyakit tuberkulosis di Kabupaten Bima dengan metode model matematika belum dilakukan oleh peneliti lain. Oleh karena itu tulisan ini menjawab pertanyaan berikut ini, berapa nilai estimasi bilangan reproduksi dasar penyebaran penyakit tuberkulosis di Kabupaten Bima pada rentang waktu bulan november 2021 hingga april 2021. Nilai estimasi bilangan reproduksi dasar pada penelitian ini sangat bermanfaat bagi pengambil kebijakan dalam menangani penyakit tuberkulosis.

2. METODE

2.1 Formulasi Model Matematika

Model matematika SEIR menjadi rujukan pada tulisan ini merupakan model umum yang sudah banyak dikaji dan tersaji dalam berbagai literatur. Formulasi Model matematika pada tulisan ini berdasarkan referensi dari [9]. Keorisinilan tulisan ini terletak pada perhitungan nilai estimasi parameter model bersumber dari data real tersedia dilapangan. Model matematika kami bagi menjadi empat sub populasi yaitu *susceptible* (S) merupakan orang sehat yang rentan terhadap penyakit tuberkulosis, *exposed* (E) yakni orang yang sudah memiliki kuman bakteri tuberkulosis di tubuh tetapi belum aktif, *infected* (I) yaitu orang telah mejadi penderita tuberkulosis aktif dan bisa menularkan tuberkulosis ke orang lain, dan *recovered* (R) adalah orang telah sembuh dari penyakit karena perawatan yang baik dan benar. Pada model ini diasumsikan bahwa orang yang telah sembuh dari penyakit tuberkulosis dapat berpindah kembali ke kelompok rentan. Oleh karena itu diagram transmisi model SEIR tersaji berikut ini.



Gambar 2.1. Skema model SEIR matematika penyakit Tuberkulosis

Berdasarkan skema gambar 2.1 di atas maka model matematika penyebaran penyakit Tuberkulosis di Kabupaten Bima disajikan dalam sistem persamaan diferensial non linear sebagai berikut.

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda - \frac{\beta SI}{N} - \mu S + \epsilon R$$

$$\begin{aligned}\frac{dE}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} - \gamma E - \mu E \\ \frac{dI}{dt} &= \gamma E - \tau I - \mu I \\ \frac{dR}{dt} &= \tau I - \mu R - \varepsilon R\end{aligned}\tag{1}$$

dimana :

Λ : laju rec

β : laju transmisi penyakit tuberkulosis

ε : laju perpindahan dari R ke S

γ : laju perpindahan E ke I

τ : laju perpindahan I ke R (atau laju kesembuhan penyakit)

N : jumlah total populasi

Model Persamaan (1) di atas memiliki *titik tetap bebas penyakit* yakni

$$E_0 = (N, 0, 0, 0)\tag{2}$$

2.2 Formula Bilangan Reproduksi Dasar

The Next Generation Matrix (NGM) akan dicari berdasarkan kelas terinfeksi pada persamaan (1) di atas yakni

$$\begin{aligned}\frac{dE}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} - \gamma E - \mu E \\ \frac{dI}{dt} &= \gamma E - \tau I - \mu I\end{aligned}\tag{3}$$

Dari Persamaan (3) maka diperoleh matriks transmisi T dan Σ masing-masing disajikan sebagai berikut

$$T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta S}{N} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } \Sigma = \begin{bmatrix} \gamma + \mu & 0 \\ \gamma & -\tau - \mu \end{bmatrix}\tag{4}$$

Substitusi persamaan (2) ke persamaan (4) maka diperoleh

$$T = \begin{bmatrix} 0 & \beta \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } \Sigma = \begin{bmatrix} \gamma + \mu & 0 \\ \gamma & -\tau - \mu \end{bmatrix}\tag{5}$$

Selanjutnya, dicari invers dari Σ kemudian dikalikan dengan T sehingga diperoleh NGM sebagai berikut :

$$\text{NGM} = \begin{bmatrix} \frac{\beta \gamma}{(\tau + \mu)(\gamma + \mu)} & -\frac{\beta}{(\tau + \mu)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\tag{6}$$

Dari Persamaan (6) akan diperoleh nilai eigen terbesar sebagai kandidat \mathcal{R}_0 sehingga nilai bilangan reproduksi dasar adalah

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\beta \gamma}{(\tau + \mu)(\gamma + \mu)}\tag{7}$$

2.3 Formulasi Estimasi Bilangan Reproduksi Dasar

Penurunan rumus \mathcal{R}_0 dalam tulisan ini berdasarkan asumsi bahwa pertumbuhan awal manusia terinfeksi tumbuh secara eksponensial [10] yakni

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0 e^{\lambda t} \\ I(t) &= I_0 e^{\lambda t} \end{aligned} \quad (8)$$

dimana E_0, I_0 konstan dan λ *take-off rate* pada kenaikan awal infeksi.

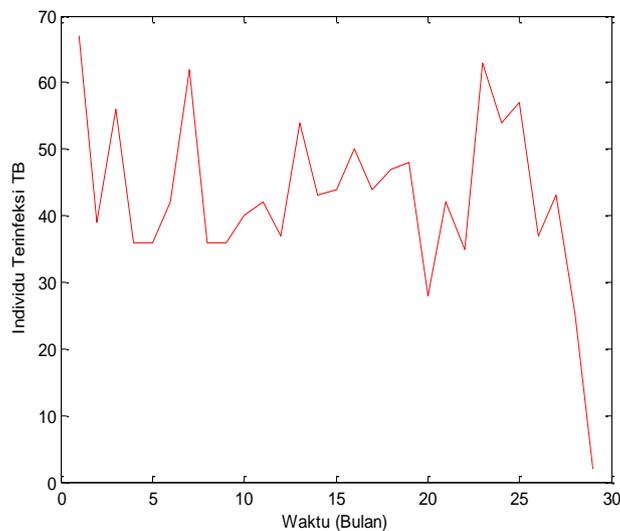
Lakukan derivatif terhadap persamaan (8) kemudian substitusi ke Persamaan (3) maka diperoleh nilai estimasi bilangan reproduksi dasar sebagai berikut :

$$\mathcal{R}_{0_{\text{estimasi}}} = \left(1 + \frac{\lambda}{\tau + \mu}\right) \left(1 + \frac{\lambda}{\gamma + \mu}\right) \quad (9)$$

Menurut Ndi [4] interpretasi nilai \mathcal{R}_0 ada tiga kemungkinan yaitu : (i) bila $\mathcal{R}_0 < 1$ maka penyakit akan menghilang dari populasi, $\mathcal{R}_0 = 1$ maka penyakit akan menetap, dan jika $\mathcal{R}_0 > 1$ maka penyakit terus meningkat menjadi wabah.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

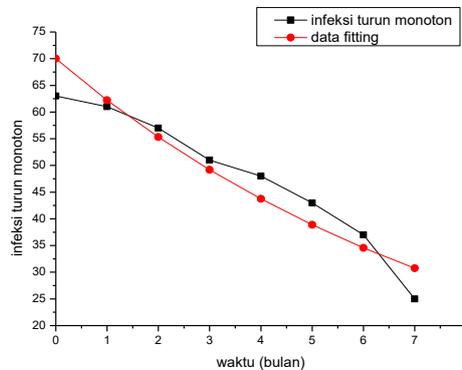
Data kasus kejadian TB di Kabupaten Bima dari Januari 2020 hingga Mei 2022 disajikan dalam Gambar berikut ini.



Gambar 3.1. Data kasus TB di Kabupaten Bima dari Januari 2020 sampai Mei 2022.

Berdasarkan plot data pada gambar 3.1 di atas maka terlihat bahwa terjadi penurunan kasus penyebaran penyakit tuberkulosis di Kabupaten Bima dari bulan november tahun 2021 hingga bulan april tahun 2022. Oleh karena itu tulisan ini akan mengkaji lebih kritis kasus penurunan penyakit tuberkulosis pada rentang waktu tersebut agar diperoleh informasi yang lebih akurat bagi pengambil kebijakan. Setelah melalui proses tahapan analisis maka diperoleh data penurunan kasus warna hitam yang telah melalui

perhitungan interpolasi pada tiga titik data agar berpola eksponensial sesuai asumsi, dan data fitting warna merah dengan persamaan $I(t) = 70 \exp(-0.12t)$ seperti disajikan pada gambar berikut ini.



Gambar 3.2. Data penurunan kasus versus data fitting

Berdasarkan analisis numerik maka diperoleh nilai *kesalahan relatif* antara data penurunan kasus dengan data fitting pada gambar 3.2 di atas dengan nilainya sebesar **8.4%** dan nilai *take-off rate* adalah $\lambda = -0.12$.

Selanjutnya, deskripsi dan nilai dari setiap parameter model matematika diberikan dalam tabel sebagai berikut.

Tabel 3.1. Deskripsi Parameter Model Matematika

| Parameter | Deskripsi Parameter | Nilai | Sumber |
|-----------|-----------------------------|-----------------------------------|----------------|
| γ | Laju Perpindahan E ke I | $0.6 \frac{1}{\text{bulan}}$ | Dikes Kab.Bima |
| τ | Laju kesembuhan penyakit | $0.133 \frac{1}{\text{bulan}}$ | Dikes Kab.Bima |
| μ | Laju kematian alamiah | $0.001253 \frac{1}{\text{bulan}}$ | BPS Kab.Bima |
| λ | Take-off rate | -0.12 | Estimasi data |

Dari nilai-nilai parameter pada tabel 3.1 di atas setelah disubstitusi ke persamaan (7) dan (9) maka diperoleh nilai $\mathcal{R}_0 = 0.085$ dan $\beta = 0.011$. Karena nilai sebesar $\mathcal{R}_0 = 0.085$ yang lebih kecil dari satu maka dapat disimpulkan bahwa penyakit tuberkulosis akan hilang dari populasi Kabupaten Bima dengan efektivitas peluang satu orang untuk menginfeksi orang lain dalam durasi satu bulan hanya sebesar **1.1%**. Jadi, pada rentang waktu dari november tahun 2021 hingga bulan april tahun 2022 kasus penyebaran tuberkulosis di Kabupaten akan hilang dari populasi.

4. SIMPULAN

Dari hasil pembahasan di atas maka disimpulkan bahwa penyebaran penyakit Tuberkulosis di Kabupaten Bima dari bulan november tahun 2021 hingga bulan april

tahun 2022 akan hilang dari populasi karena nilai $\mathcal{R}_0 = 0.085 < 1$. Oleh karena itu bagi pengambil kebijakan momentum penurunan kasus ini wajib dipertahankan dengan kebijakan terencana dan terukur dalam hal testing, tracing dan pengobatan penyakit tuberkulosis.

UCAPAN TERIMAKASIH

Penelitian ini dibiayai oleh dana penelitian dari Fakultas Sains dan Teknik Tahun 2022.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] WHO, "World Tuberculosis Day 2022." <https://www.who.int/indonesia/news/campaign/tb-day-2022> (accessed Nov. 21, 2022).
- [2] Dinas Kesehatan Kabupaten Bima, "Kasus Terinfeksi TBC Tahun 2020-2022." Dinas Kesehatan Kabupaten Bima, 2022.
- [3] M. Z. Ndi, *Pemodelan Matematika*. Penerbit NEM, 2022. [Online]. Available: <https://books.google.co.id/books?id=7ExhEAAAQBAJ>
- [4] M. Z. Ndi, *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi Dan Penyebaran Penyakit Teori, Aplikasi, Dan Numerik*. Deepublish, 2018. [Online]. Available: <https://books.google.co.id/books?id=gaCHDwAAQBAJ>
- [5] M. Z. Ndi, L. K. Beay, N. Anggriani, K. N. Nukul, and B. S. Djahi, "Estimating the Time Reproduction Number in Kupang City Indonesia, 2016–2020, and Assessing the Effects of Vaccination and Different Wolbachia Strains on Dengue Transmission Dynamics," *Mathematics*, vol. 10, no. 12, 2022, doi: 10.3390/math10122075.
- [6] A. Ariyanto, "Analisis Perbandingan Bilangan Reproduksi Dasar COVID-19 Pada Bulan Agustus dan September tahun 2021 Di Kota Kupang," *Jurnal Diferensial*, vol. 3, no. 2, pp. 29–40, 2021.
- [7] A. Ariyanto, G. L. Putra, and M. Z. Ndi, "Estimasi Bilangan Reproduksi Dasar Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Denguedi Kota Bima Tahun 2018 -2020," *Jurnal Komputer dan Informatika (JICON)*, vol. 9, no. 2, pp. 176–181, 2021.
- [8] G. Chowell *et al.*, "Estimation of the reproduction number of dengue fever from spatial epidemic data," *Math. Biosci.*, vol. 208, no. 2, pp. 571–589, Aug. 2007, doi: 10.1016/j.mbs.2006.11.011.
- [9] A. Puspitasari, K. Kamiran, and N. Asiyah, "Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Penyebaran Tuberkulosis (TB) dengan terapi dan Vaksinisasi Menggunakan Metode Runge Kutta," *Jurnal Sains dan Seni*, vol. 8, no. 2, pp. 2337–3520, 2019.

- [10] Jafaruddin, S. W. Indratno, N. Nuraini, A. K. Supriatna, and E. Soewono, "Estimation of the Basic Reproductive Ratio for Dengue Fever at the Take-Off Period of Dengue Infection," *Comput. Math. Methods Med.*, vol. 2015, p. 206131, Aug. 2015, doi: 10.1155/2015/206131.