

APPROXIMATE BAYESIAN COMPUTATION DALAM MENGESTIMASI NILAI PARAMETER

Bertha S. Djahi

Jurusan Ilmu Komputer, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Nusa Cendana

ABSTRACT

This paper illustrates the use of approximate Bayesian computation for estimating the parameter values of the mathematical model. We showed that the method can be used to estimate parameter values of the model although an improvement is required to make the estimate better.

PENDAHULUAN

Permasalahan yang ada saat ini sangatlah kompleks baik itu persoalan social (Brandt et al., 2016, Afassinou, 2014), biology (Guermeur and Lauer, 2015), kesehatan (Kosłowski et al., 2016). Persoalan yang kompleks seringkali dianalisis dengan menggunakan suatu rumusan matematika yang kemudian dianalisis (Aguiar et al., 2017, Afassinou, 2014, Arita et al., 2008). Jika data tersedia, maka perlu dilakukan estimasi terhadap nilai parameter dari model yang digunakan. Estimasi nilai parameter merupakan salah satu langkah penting dan oleh karena itu penggunaan teknik yang tepat merupakan hal yang harus diketahui.

Estimasi nilai parameter umumnya dilakukan untuk melakukan validasi terhadap model matematika dan mengukur keakuratan prediksi dari model tersebut.

Oleh karena itu, estimasi nilai parameter merupakan salah satu tahapan penting didalam persoalan-persoalan terkait dengan prediksi. Mengingat pentingnya langkah estimasi ini maka perlu dipelajari suatu metode yang berkaitan dengan prediksi.

Terdapat beragam metode estimasi parameter. Salah satu metode estimasi nilai parameter adalah dengan menggunakan

Approximate Bayesian Computation (ABC) (Toni et al., 2009, Beaumont et al., 2002).

Metode ini merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mengestimasi nilai-nilai parameter. Oleh Karena itu, paper ini akan membahas metode Approximate Bayesian Computation (ABC) dan penggunaannya dalam mengestimasi nilai parameter. Pada penelitian ini, metode ABC digunakan untuk mengestimasi pertumbuhan populasi

dengan menggunakan model matematika yang sederhana.

MATERI DAN METODE

Pada bagian ini dibahas mengenai metode yang digunakan dalam paper ini. Bagian ini akan membahas mengenai Approximate Bayesian Computation dan Model Matematika dan Data.

Approximate Bayesian Computation

Salah satu teknik untuk mengestimasi parameter adalah dengan menggunakan metode Approximate Bayesian Computation (ABC). Metode tersebut merupakan salah satu metode statistik yang tidak menyaratkan fungsi likelihood, yang seringkali sangat sulit ditulis secara analitik. Ada beberapa jenis metode ABC tetapi dalam penelitian ini digunakan ABC standar untuk mengestimasi nilai parameter dari model matematika.

Misalkan α adalah prior untuk nilai parameter dan ϵ adalah error. Algoritma untuk approximate Bayesian computation adalah sebagai berikut (Toni et al., 2009)

- 1) Simulasi nilai parameter α dari probability distribution $P(\alpha)$
- 2) Simulasi hasil dari model dengan menggunakan nilai parameter tersebut
- 3) Hitunglah jarak atau selisih antara hasil simulasi dan data
- 4) Jika hasil simulasi dan data lebih kecil dari ϵ maka terima nilai parameter α . Jika tidak maka tolak nilai parameter

tersebut dan simulasi dengan nilai parameter yang lain

Terdapat beberapa metode Approximate Bayesian Computation (ABC). Beberapa metode tersebut antara lain simple ABC, ABC MCMC (ABC Markov Chain Monte Carlo), dan masih ada beberapa kombinasi lainnya. Secara umum, cara kerja metode tersebut seperti yang diilustrasikan diatas (Sunnåker et al., 2013).

Model Matematika dan Data

Model matematika yang digunakan adalah model sederhana pertumbuhan populasi. Model ini merupakan model yang sangat sederhana dimana pertumbuhan populasi terjadi secara eksponensial. Model matematika berikut dapat ditemukan diberbagai buku matematika dan juga buku mengenai prediksi jumlah populasi lainnya (Vries et al., 2006).

Model matematika tersebut adalah

$$\frac{dP}{dt} = kP$$

dan solusi dari model tersebut adalah

$$P(t) = P_0 e^{kt}$$

Data yang digunakan adalah data hipotetik yang kemudian diberikan noise atau gangguan. Pertama, data dihasilkan dari hasil simulasi menggunakan nilai parameter tertentu. Kedua, data dari hasil simulasi tersebut kemudian diberikan noise/gangguan yang yakni dari distribusi normal. Ketiga, data dari hasil pemberian gangguan atau noise pada data tersebut

kemudian diestimasi menggunakan teknik Approximate Bayesian Computation (ABC). Nilai dari hasil estimasi kemudian dibandingkan dengan nilai parameter awal yang digunakan untuk mengenerate data hipotetik.

Jika D adalah data maka data yang diberikan noise atau gangguan adalah $D_{noise} = D + N(0,1)$. Data noise ini yang kemudian digunakan untuk mengestimasi nilai parameter.

Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data hipotetik. Data hipotetik cukup digunakan untuk mengestimasi nilai parameter. Dalam mengenerate data, digunakan nilai parameter sebagai berikut. Data yang diperoleh disajikan dalam Tabel P0=100, k=0.05. Noise diambil dari distribusi normal dengan standar deviasi 50

Data	Data+Noise
100	100
105,127109637602	128,920139001520
110,517091807565	181,128726129790
116,183424272828	117,313848488308
122,140275816017	119,746805305007
128,402541668774	213,469274382522
134,985880757600	109,500295119229
141,906754859326	141,764006852110
149,182469764127	195,175823754447
156,831218549017	164,321655180655
164,872127070013	235,118799353862
173,325301786740	225,031378765225
182,211880039051	196,790394477591
191,554082901390	152,669155985809

Data	Data+Noise
201,375270747048	229,710075624013
211,700001661267	142,568943687250
222,554092849247	234,777826628741
233,964685192599	274,386625350984
245,960311115695	256,612396036545
258,570965931585	302,554824143259
271,828182845905	373,771995416607
285,765111806316	331,961734240763
300,416602394643	313,762474724435
315,819290968977	347,902366290066
332,011692273655	353,285960054920
349,034295746184	283,298120571840
366,929666761924	346,109105776953
385,742553069697	446,976944308964
405,519996684468	403,340786407151
426,311451516882	455,432615389280
448,168907033806	397,843903302840
471,147018259074	474,372855374629
495,303242439512	525,317839898801
520,697982717985	452,622234974757
547,394739172720	564,774370770723
575,460267600573	566,368106677606
604,964746441295	557,988008144220
635,981952260183	634,105292819225
668,589444227927	573,774219546805
702,868758058929	596,469919649796
738,905609893065	680,059443357317
776,790110630677	727,263499606469
816,616991256765	757,965374893395
858,485839717789	772,214450241355
902,501349943412	916,912754426663
948,773583635853	869,064397622512
997,418245481472	1002,929187942641
1048,556972472758	1087,910306290657
1102,317638064161	1102,206298748469
1158,834671922339	1163,490109925279
1218,249396070347	1199,341543240859

Kita kemudian melakukan estimasi dengan menggunakan metode Approximate Bayesian Computation (ABC) pada data dengan noise dan kemudian membandingkan nilai yang diperoleh dengan nilai sebenarnya yang dipilih untuk mengenerate data tersebut.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Estimasi Parameter

Dalam bagian ini akan diestimasi nilai parameter dengan menggunakan metode ABC yang sangat sederhana. Range nilai dari parameter k yang digunakan adalah nol sampai dengan dua dan fungsi objectif atau error yang digunakan adalah

$$Err = |Y - Y_{app}|^2$$

Dimana Y adalah data yang sebenarnya dan Y_{app} adalah nilai simulasi dengan menggunakan nilai hasil simulasi. Nilai sebenarnya yang dimaksudkan adalah nilai dari data hipotetik ditambah dengan noise. Simulasi dilakukan selama nilai error masih lebih besar dari batas toleransi error yang telah ditetapkan.

Hasil estimasi menunjukkan bahwa nilai rata-rata dari hasil estimasi tersebut adalah sekitar 0.1340 dengan total error

adalah 2.6×10^{10} . Terlihat bahwa nilai yang digunakan untuk mendapatkan data hipotetik adalah 0.05 dan kemudian data hipotetik tersebut diberikan noise. Hasil estimasi dengan menggunakan metode ABC adalah 0.1340. Hasil estimasi menunjukkan bahwa error yang dihasilkan masih besar oleh karena itu perlu dilakukan perbaikan atau metode ABC lainnya untuk mendapatkan hasil yang lebih akurat.

SIMPULAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai parameter k dari hasil estimasi menggunakan metode ABC adalah 0.1340 dengan total error adalah 2.6×10^{10} . Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode ABC dapat digunakan untuk mengestimasi nilai parameter dari suatu model matematika. Namun, metode ABC yang digunakan dalam penelitian ini merupakan simple ABC yakni metode ABC yang masih sangat sederhana oleh karena itu diperlukan uji coba dengan menggunakan metode ABC lainnya. Penelitian lainnya yang dapat dilakukan adalah membandingkan metode ABC dengan metode estimasi lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- AFASSINO, K. 2014. Analysis of the impact of education rate on the rumor spreading mechanism. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 414, 43-52.
- AGUIAR, M., HALSTEAD, S. B. & STOLLENWERK, N. 2017. Consider stopping dengvaxia administration without immunological screening. *Expert Review of Vaccines*, 16, 301-302.

- ARITA, H. T., CHRISTEN, J. A., RODRIGUEZ, P. & SOBERON, J. 2008. Species diversity and distribution in presence-absence matrices: mathematical relationships and biological implications. *Am Nat*, 172, 519-32.
- BEAUMONT, M. A., ZHANG, W. & BALDING, D. J. 2002. Approximate Bayesian Computation in Population Genetics. *Genetics*, 162, 2025-2035.
- BRANDT, J. S., NOLTE, C. & AGRAWAL, A. 2016. Deforestation and timber production in Congo after implementation of sustainable forest management policy. *Land Use Policy*, 52, 15-22.
- GUERMEUR, Y. & LAUER, F. 2015. A Generic Approach to Biological Sequence Segmentation Problems: Application to Protein Secondary Structure Prediction. *Pattern Recognition in Computational Molecular Biology*. John Wiley & Sons, Inc.
- KOSLOWSKI, N., KLEIN, K., ARNOLD, K., KÖSTERS, M., SCHÜTZWOHL, M., SALIZE, H. J. & PUSCHNER, B. 2016. Effectiveness of interventions for adults with mild to moderate intellectual disabilities and mental health problems: systematic review and meta-analysis. *The British Journal of Psychiatry*.
- SUNNÅKER, M., BUSETTO, A. G., NUMMINEN, E., CORANDER, J., FOLL, M. & DESSIMOZ, C. 2013. Approximate Bayesian Computation. *PLOS Computational Biology*, 9, e1002803.
- TONI, T., WELCH, D., STRELKOWA, N., IPSEN, A. & STUMPF, M. P. H. 2009. Approximate Bayesian computation scheme for parameter inference and model selection in dynamical systems. *Journal of The Royal Society Interface*, 6, 187-202.
- VRIES, G. D., HILLEN, T., LEWIS, M., MULLER, J. & SCHONFISCH, B. 2006. *A Course in Mathematical Biology: Quantitative Modeling with Mathematical and Computational Methods*, USA, SIAM Mathematical Modeling and Computation.