**Fraktal: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika**
Volume 2, No. 1, Mei 2021, Hal. 64-79 (e-ISSN 2776-0073)
Available online at https://ejurnal.undana.ac.id/fraktal

# KAJIAN INTERPOLASI DUA DIMENSI DALAM TABEL NILAI KRITIK SEBARAN F BERBANTUAN PROGRAM MATLAB

**Irna K.S. Blegur**

Pendidikan Matematika, FKIP Universitas Nusa Cendana, Kupang.
Email: irnablegur@staf.undana.ac.id

Diterima (16 April 2021); Revisi (26 April 2020); Diterbitkan (21 Mei 2021)

**Abstrak**

Tujuan penelitian ini adalah mengkaji cara melakukan interpolasi dua dimensi untuk menentukan nilai tabel sebaran F, membuat program interpolasi dua dimensi berbantuan Matlab, dan mengkaji perbandingan dari metode-metode yang digunakan (manual maupun berbantuan program). Jenis penelitian ini adalah penelitian dasar dengan pendekatan studi literatur. Karena itu keseluruhan data penelitian diambil dari buku-buku dan referensi lain yang relevan dengan masalah yang dikaji. Adapun hasil penelitian adalah sebagai berikut: pertama, interpolasi dua dimensi dalam tabel nilai kritik sebaran F dapat dilakukan dengan menggunakan prosedur interpolasi satu variabel secara berurutan. Formula interpolasi dua dimensi dapat dibuat dengan mengacu pada bentuk umum polinom interpolasi Lagrange dan Newton. Kedua, telah dibuat suatu program interpolasi dua dimensi berbantuan Matlab yaitu program yang dapat menentukan nilai tengahan suatu fungsi dalam dua variabel dengan menggunakan formula interpolasi polynomial Lagrange dan formula interpolasi polynomial Newton. Ketiga, dilihat dari hasil akhir, tidak ada perbedaan yang ditunjukkan oleh kedua metode yang digunakan. Dilihat dari proses, interpolasi dua dimensi dengan menggunakan metode interpolasi polynomial Lagrange memiliki kelebihan dalam kesederhanaan pembuatan program, namun memerlukan waktu yang cukup lama dalam penyelesaian manualnya. Sedangkan metode interpolasi polynomial Newton memiliki kelebihan dalam kesederhanaan proses kerja secara manual, namun memerlukan waktu yang cukup lama dalam pembuatan program.

**Kata kunci:** Interpolasi; Sebaran F, Program Matlab

**Abstract**

The purposes of this research are to examine how to perform two-dimensional interpolation for determine the value of the F distribution, to make a two-dimensional interpolation program using Matlab and reviewing the comparison of the methods used (manually and program). This research was conducted by using literature study approach. The results of this research are: first, the two-dimensional interpolation in F distribution table can be done using the successive univariate polynomial interpolation. Two-dimensional interpolation formulas can be made by referring to the general form of Lagrange and Newton's interpolation polynomials. Second, a two-dimensional interpolation program assisted by Matlab that is a program that can determine the intermediate value of a function in two variables using the Lagrange and Newton's polynomial interpolation formula has been created. Third, based on the final results, there is no difference shown by the two methods used. Judging from the process, two-dimensional interpolation using the Lagrange polynomial method has advantages in simplicity of programming, but requires a long time in manual completion. While the Newton polynomial interpolation method has advantages in the simplicity of the manual work process, but it requires a long time to make the program.

**Keywords:** Interpolation, F-Distribution, Matlab

## PENDAHULUAN

Permasalahan klasik yang sering muncul dalam sebuah data diskrit adalah mencari fungsi yang melibatkan data. Untuk hal seperti ini umumnya data yang diperoleh telah tepat memiliki pasangan nilai fungsinya. Permasalahan yang muncul kemudian adalah bagaimana menghitung nilai fungsi dari data yang terletak dalam rentangan titik-titik data yang diperoleh itu. Contohnya, data pada tabel 1 berupa harga jual (*y*) mobil bekas merek dan tipe tertentu yang telah berumur *x* tahun

**Tabel 1.** Harga Jual Mobil Bekas

| ***x* (tahun)** | ***y* ($)** |
|---|---|
| 1 | 2350 |
| 2 | 1750 |
| 3 | 1395 |
| 5 | 985 |

Kemudian ingin dicari  harga jual mobil bekas demikian yang telah berumur 4 tahun. Masalah seperti ini dapat diselesaikan dengan proses interpolasi. Interpolasi adalah teknik untuk mendapatkan fungsi yang melewati semua titik dari sebuah data diskrit (Kosasih, 2006). Karena itu interpolasi dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai yang terletak dalam rentangan titik-titik data.

Interpolasi diklasifikasikan berdasarkan fungsi penginterpol yang digunakan dalam proses interpolasi. Misalkan *P* = *P(x)* adalah fungsi penginterpol m+1 titik data diskrit $(x_0, y_0)$,$(x_1, y_1)$,…,$(x_m, y_m)$ disebut interpolasi polinomial jika P adalah sebuah fungsi polynomial aljabar. *P* disebut pendekatan trigonometri jika *P* adalah sebuah fungsi polynomial trigonometri. *P* juga disebut interpolasi polynomial perbagian (interpolasi spline) jika P adalah fungsi polynomial lokasi (Quarteroni; 2007; Karris, 2004; Kiusalaas, 2005). Dari ketiga jenis interpolasi tersebut, interpolasi polynomial menjadi pilihan utama dan sering digunakan. Dalam interpolasi polynomial, terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai yang terletak dalam rentangan titik-titk data tersebut. Dua diantaranya adalah metode interpolasi polinomial Lagrange dan metode interpolasi polinomial Newton.

Interpolasi Polinomial Lagrange untuk n+1 titik data,bentuk umum fungsi penginterpolnya adalah $P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} L_i(x) f(x_i) = L_0 f(x_0) + L_1 f(x_1) + \cdots + L_n f(x_n)$ dimana n menyatakan derajat tertinggi polynomial tersebut dan $L_i(x) = \prod_{\mathrm{j=0,i\neq j}}^{\mathrm{n}} \frac{\mathrm{x-x_j}}{\mathrm{x_i-x_j}}$ menyatakan koefisien-koefisien dalam polinomial Lagrange. Interpolasi Polinomial Newton untuk n+1 titik data , bentuk umum fungsi penginterpolnya adalah $P_n(x) = f(x_0) + f[x_1, x_0](x - x_0) + f[x_2, x_1, x_0]\,(x - x_0)(x - x_1) + \cdots + f[x_n, x_{n-1}, \ldots, x_1, x_0](x - x_0)\ (x - x_1) \ldots .(x - x_{n-1})$ dimana n menyatakan derajat tertinggi polynomial tersebut dan $f[x_n, x_{n-1}, \ldots, x_1, x_0] = \frac{(f[x_n, x_{n-1}, \ldots x_1] - f[x_{n-1}, \ldots, x_1, x_0])}{x_n - x_0}$ menyatakan koefisien-koefisien dalam polinomial newton (Kosasih,2006:192).

Sejauh ini formula-formula ini dapat digunakan untuk menentukan nilai tengahan data untuk suatu polynomial berderajat-*n*. Kasus lain terjadi pada tabel distribusi *F*, sebagian tabel nilai distribusi *F* (untuk $\alpha$=0.01) seperti terlihat pada tabel 2.

**Tabel 2**. Nilai Distribusi F ($\alpha$=0.01)

| $v_2$ | $v_1$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | **8** | **9** | **10** | **12** | **15** |
| 0 | 3.17 | 3.07 | 2.98 | 2.84 | 2.70 |
| 0 | 2.99 | 2.89 | 2.80 | 2.66 | 2.52 |
| 0 | 2.82 | 2.72 | 2.63 | 2.50 | 2.35 |
| 20 | 2.66 | 2.56 | 2.47 | 2.34 | 2.19 |

*sumber : tabel A.7 Nilai kritik sebaran *F*, Ronald E. Walpole

Jika dalam suatu pengujian hipotesis diperlukan $f_{0.01}(13{,}35)$,bagaimana hasilnya dapat diperoleh dari tabel?

Permasalahan seperti ini dapat diselesaikan dengan interpolasi, namun terdapat dua variabel yang harus diinterpolasi yakni $v_1\ dan\ v_2$. Formula interpolasi polynomial Lagrange dan Interpolasi polynomial Newton yang telah dijelaskan di atas tidak dapat digunakan untuk menjawab persoalan ini karena itu dibutuhkan formula baru. Formula yang dimaksud adalah formula interpolasi dalam dua variabel, atau yang dinamakan interpolasi dua dimensi. Hal ini sejalan dengan pendapat. Quarteroni (2007) yang menyatakan bahwa "dalam interpolasi dua dimensi, terdapat matriks nilai fungsi $f(x, y)$,di mana *x* bervariasi dari 1 sampai m dan *y* bervariasi dari 1 sampai n. Akan diperkirakan nilai $f$ di beberapa titik yang tidak diketahui $(x_1, y_1)$ dimana $1 \leq x_1 \leq m$ dan $1 \leq y_1 \leq n$"

Untuk menyelesaikan kasus-kasus dengan menggunakan interpolasi dua dimensi dapat dilakukan dengan perhitungan secara manual. Namun untuk kasus yang lebih kompleks, sangat sulit untuk bekerja secara manual sehingga dibutuhkan bantuan program komputer. Hal ini dikarenakan program komputer berperan mempercepat proses perhitungan tanpa membuat kesalahan. Di pasaran terdapat banyak program aplikasi komersil yang langsung dapat digunakan. Contoh aplikasi yang ada saat ini adalah MatLab. Matlab (Matrix Laboratory) adalah sebuah program interaktif untuk komputasi numerik dan data visualisasi, digunakan secara luas oleh para insinyur untuk analisis dan desain (Yang, Cao, Chung & Moris, 2005; Hanselman & Bruce, 2000; Etter, Kunicky & Hull, 2003). Matlab menggunakan bahasa canggih untuk komputasi teknik namun mudah didapatkan, praktis digunakan oelh siapa saja, serta tidak membutuhkan waktu yang lama untuk menuliskan Bahasa bila dibandingkan program lainnya yang beredar di pasaran. Beberapa alasan inilah yang menyebabkan Matlab dipilih dalam penilitian ini.

Dengan bertitik tolak dari pemikiran-pemikiran di atas, maka terdapat beberapa pertanyaan menarik untuk dijawab diantaranya: bagaimana cara melakukan interpolasi dua dimensi untuk menentukan nilai tabel sebaran $F$? Apakah terdapat beberapa metode? Jika ya, bagaimana perbandingan dari metode-metode yang digunakan? Bagaimana membuat program interpolasi dua dimensi berbantuan Matlab yang dapat membantu proses perhitungan? Adapun jawaban terkait ketiga pertanyaan di atas, dibahas secara lengkap dalam artikel ini.

## METODE

Jenis penelitian ini adalah penelitian dasar dengan pendekatan studi literatur. Penelitian dasar atau murni merupakan penelitian yang kegunaannya diarahkan dalam rangka penemuan atau pengembangan ilmu pengetahuan. Studi literatur dimana keseluruhan data penelitian diambil dari buku-buku dan referensi lain yang relevan dengan materi yang dikaji (Hadi, 1995; Muhadjir, 1998).

Penelitian diawali dengan mencari sumber-sumber yang relevan dengan materi yang dikaji. Setelah itu setiap sumber dibaca untuk mencari gambaran umum terkait interpolasi dua dimensi dan pembuatan bahasa program pada Matlab. Setelah gambaran umum didapatkan, dilakukan pembatasan ruang lingkup permasalahan yakni 1) pengkajian hanya akan dilakukan pada interpolasi bilinear, interpolasi bikuadrat dan interpolasi bikubik; 2) prosedur penyelesaian yang digunakan adalah prosedur penyelesaian dengan menggunakan fungsi interpolasi 1 variabel secara berurutan (*successive univariate polynomial interpolation*) dan metode yang digunakan terbatas pada metode interpolasi polynomial Lagrange dan metode interpolasi polynomial newton 3). kajian hanya dilakukan pada tabel nilai kritik sebaran $F$. Pembatasan ini perlu dilakukan agar terhindar dari luasnya cakupan masalah yang diteliti.

Setelah pembatasan masalah penilitian yang dilakukan di atas, penilitian dilanjutkan dengan: a) menguraikan cara melakukan interpolasi dua dimensi menurut prosedur penyelesaian dengan menggunakan fungsi interpolasi 1 variabel secara berurutan (*successive univariate polynomial interpolation*) untuk menemukan formula berdasarkan bentuk umum polinom interpolasi Lagrange dan bentuk umum polinom interpolasi Newton. Penentuan formula ini dilakukan dengan menggunakan data pada tabel nilai kritik yang telah diketahui untuk membuktikan keakuratan formula. b) Membuat program interpolasi dua dimensi dengan menggunakan Matlab. c). Menghitung dan meembandingkan hasil perhitungan nilai kritik sebaran $F$ untuk $x\ dan\ y$ yang ditentukan berdasarkan formula yang telah diuraikan menurut langkah a) dan bahasa program pada langkah b). d). Membuat kesimpulan.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### *Definisi Interpolasi Dua Dimensi*

Jika data yang diberikan bergantung pada dua variabel, maka teknik yang digunakan untuk menginterpol nilai dalam data disebut Interpolasi dua dimensi. Dalam Interpolasi Dua Dimensi,terdapat matriks nilai fungsi $f(x,y)$,di mana $x$ bervariasi dari 1 sampai m dan $y$ bervariasi dari 1 sampai n. Akan diperkirakan nilai $f$ di beberapa titik yang tidak diketahui $(x_1, y_1)$ dimana $1 \leq x_1 \leq m$ dan $1 \leq y_1 \leq n$ (Quarteroni, 2007). Interpolasi dua dimensi dikenal juga dengan nama interpolasi permukaan. Interpolasi ini diklasifikasikan ke dalam interpolasi perbagian karena proses interpolasinya dilakukan secara bertahap (perbagian), tahap pertama interpolasi untuk variabel pertama dan selanjutnya untuk variabel yang kedua.

### *Interpolasi Dua dimensi dengan menggunakan prosedur interpolasi 1 variabel secara berurutan (successive univariate polynomial interpolation)*

Interpolasi dua dimensi menurut prosedur ini dilakukan dengan berturut-turut melakukan interpolasi satu variabel untuk mendapatkan fungsi dekatan bagi data yang diberikan. Interpolasi dilakukan terlebih dahulu untuk salah satu variabel dari dua variabel itu dengan menganggap variabel yang lainnya konstan. Kemudian sekali lagi dilakukan interpolasi untuk mendapatkan polinom interpolasi ganda untuk data yang diberikan. Perkiraan nilai tengahan untuk fungsi dimaksud dapat dilakukan dengan mensubstitusikan setiap variabel bebas ke dalam interpolasi polinom interpolasi ganda yang telah diperoleh. Formula interpolasi dua dimensi untuk menghitung tabel nilai kritik sebaran F dapat dibuat dengan mengacu pada bentuk umum polinom interpolasi Lagrange dan polinom interpolasi Newton.

**1. *Interpolasi dua dimensi berdasarkan bentuk umum polinom interpolasi Lagrange***

Sebagian nilai kritik sebaran $F(\alpha = 0.01)$ terlihat pada table 1 Misalkan ingin diketahui nilai $f_{0.01}(v_1, v_2)$ pad $v_1 = 3$ dan $v_2 = 6$. Nilainya tidak diketahui dalam tabel ini. Karena itu akan digunakan interpolasi untuk menentukan $f_{0.01}(3,6)$.

**Tabel 3.** Nilai kritik sebaran $F$,untuk $\alpha = 0.01$

| $v_2$ | $v_1$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **2** | **4** | **5** | **6** |
| 5 | 13.27 | 11.39 | 10.97 | 10.67 |
| 7 | 9.55 | 7.85 | 7.46 | 7.19 |
| 8 | 8.65 | 7.01 | 6.63 | 6.37 |
| 9 | 8.02 | 6.42 | 6.06 | 5.80 |

Pertama akan digunakan interpolasi linear. Akan ditentukan terlebih dahulu dua nilai yang mengapit $v_1 = 3$ yaitu $v_1 = 2\ dan\ v_1 = 4$ dua nilai $v_2$ yang mengapit nilai $v_2 = 6$ yakni $v_2 = 5\ dan\ v_2 = 7$. Selanjutnya masing-masing nilai $v_1$ ini akan dikenakan interpolasi untuk mendapatkan nilai $f_{0.01}(v_1, 6)$. Setelah itu barulah kita dapat melakukan interpolasi untuk mendapatkan $f_{0.01}(3{,}6)$.

$$f_{0.01}(2{,}6) = \frac{6-7}{5-7} f_{0.01}(2{,}5) + \frac{6-5}{7-5} f_{0.01}(2{,}7)$$
$$= \frac{6-7}{5-7}\ 13.27 + \frac{6-5}{7-5}\ 9.55 = 11.41$$
$$f_{0.01}(4{,}6) = \frac{6-7}{5-7} f_{0.01}(4{,}5) + \frac{6-5}{7-5} f_{0.01}(6{,}7)$$
$$= \frac{6-7}{5-7}\ 11.39 + \frac{6-5}{7-5} 7.85 = 9.62$$

Sampai di dua titik ini telah diperoleh $f_{0.01}(2{,}6) dan\ f_{0.01}(4{,}6)$, ini berarti untuk $f_{0.01}(3{,}6)$ yang dibatasi oleh nilai $f_{0.01}(2{,}6) dan\ f_{0.01}(4{,}6)$ dapat ditentukan dengan menggunakan interpolasi yang dilakukan sekali lagi $f_{0.01}(3{,}6) = \frac{3-4}{2-4} f_{0.01}(2{,}6) + \frac{3-2}{4-2} f_{0.01}(4{,}6) = 10.52$. Telah didapatkan nilai interpolasi $f_{0.01}(3{,}6)$ dengan menggunakan metode interpolasi polynomial Lagrange yakni $10.52$. Harganya yang benar adalah $f_{0.01}(3{,}6) = 9.78$

Dengan mengasumsikan ketelitian ini mencukupi, selanjutnya akan diformulasikan formula interpolasi liniear dalam dua variabel (Biliniear) berdasarkan bentuk umum polinom interpolasi Lagrange. $f_\alpha(v_1, v_2)$ dimisalkan menjadi $f(x, y)$ dimana $x$ menyatakan $v_1 dan\ y$ menyatakan $v_2$. Jika ingin dihitung nilai $f(x, y)$ untuk $x = \bar{x}\ dan\ y = \bar{y}$ pertama tentukan terlebih dahulu dua titik $x$ yang membatasi $x = \bar{x}$, misalnya $x = x_0 dan\ x = x_1$ dan dua titik $y$ yang membatasi nilai $y = \bar{y}$ misalnya $y = y_0$ dan $y = y_1$. Untuk $x = x_0\ dan\ x = x_1$, fungsi $f(x_0, y)$ dan $f(x_1, y)$ adalah fungsi satu variabel $y$. Interpolasi secara liniear untuk menaksir $f(x_0, \bar{y})$. Berdasarkan bentuk umum interpolasi polynomial Lagrange orde 1 $f(x) = \frac{x-x_1}{x_0-x_1} f(x_0) + \frac{x-x_0}{x-x_1}\ f(x_1)$, maka:

$$f_1(x_0, \bar{y}) = \frac{\bar{y}-y_1}{y_0-y_1} f(x_0, y_0) + \frac{\bar{y}-y_0}{y_1-y_0} f(x_0, y_1) \tag{1.1}$$

Serupa untuk $x = x_1$, diinterpolasi dan diperoleh:

$$f_1(x_1, \bar{y}) = \frac{\bar{y}-y_1}{y_0-y_1} f(x_1, y_0) + \frac{\bar{y}-y_0}{y_1-y_0} f(x_1, y_1) \tag{1.2}$$

Proses interpolasi ini disebut dengan *interpolasi dalam arah y,dan x dibuat tetap.*Sekarang jika $x = \bar{x}$, maka $f(x, \bar{y})$ adalah fungsi satu variabel *x*. Karena $x = x_0\ dan\ x = x_1$ membatasi $x = \bar{x}$ maka interpolasi $f(x, \bar{y})$ untuk mendapatkan $f(\bar{x}, \bar{y})$. Kembali dengan menggunakan bentuk umum polinom interpolasi Lagrange orde pertama, maka:

$$f_1(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{\bar{x}-x_1}{x_0-x_1} f_1(x_0, \bar{y}) + \frac{\bar{x}-x_0}{x_1-x_0} f_1(x_1, \bar{y}) \tag{1.3.a}$$

bentuk umum persamaan (1.3.a)dapat ditulis:

$$f_1(\bar{x}, \bar{y}) = L_{1.0}(\bar{x}) f_1(x_0, \bar{y}) + L_{1.1}(\bar{x}) f_1(x_1, \bar{y}) \tag{1.3.b}$$

dimana $f_1(x_0, \bar{y})\ dan f_1(x_1, \bar{y})$ diberikan oleh

$$f_1(x_0,\bar{y}) = L_{1.0}(\bar{y})f(x_0,y_0) + L_{1.1}(\bar{y})f(x_0,y_1) \text{ dan} \quad (1.3.c)$$
$$f_1(x_1,\bar{y}) = L_{1.0}(\bar{y})f(x_1,y_0) + L_{1.1}(\bar{y})f(x_1,y_1).$$

Perhatikan bahwa untuk mendapatkan $f(\bar{x},\bar{y})$ sangat diperlukan $f(x_0,\bar{y})\ dan\ f(x_1,\bar{y})$.Itulah sebabnya persamaan (1.1) dan (1.2) harus dikerjakan terlebih dahulu. Proses interpolasi yang kedua ini disebut dengan *interpolasi dalam arah x, dan y dibuat tetap*.

Untuk interpolasi dua dimensi orde ke-dua (Interpolasi bikuadrat), pertama tentukan terlebih dahulu tiga titik $x$ yang membatasi $x = \bar{x}$, misalnya $x = x_0, x = x_1\ dan\ x = x_2$ dan tiga titik $y$ yang membatasi nilai $y = \bar{y}$ misalnya $y = y_0, y = y_1\ dan\ y = y_2$. Untuk $x = x_0, x = x_1\ dan\ x = x_2$ fungsi $f(x_0,y), f(x_1,y) dan\ f(x_2,y)$. adalah fungsi satu variabel $y$.Iinterpolasi secara kuadrat untuk menaksir $f(x_0,\bar{y}), f(x_1,\bar{y})\ dan\ f(x_2,\bar{y})$. Selanjutnya berdasarkan bentuk umum interpolasi polynomial Lagrange orde 2 $f(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}f(x_0) + \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}f(x_1) + \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}f(x_2)$, maka:

$$f_2(x_0,\bar{y}) = \frac{(\bar{y}-y_1)(\bar{y}-y_2)}{(y_0-y_1)(y_0-y_2)}f(x_0,y_0) + \frac{(\bar{y}-y_0)(\bar{y}-y_2)}{(y_1-y_0)(y_1-y_2)}f(x_0,y_1) + \frac{(\bar{y}-y_0)(\bar{y}-y_1)}{(y_2-y_0)(y_2-y_1)}f(x_0,y_2) \quad (1.4)$$

$$f_2(x_1,\bar{y}) = \frac{(\bar{y}-y_1)(\bar{y}-y_2)}{(y_0-y_1)(y_0-y_2)}f(x_1,y_0) + \frac{(\bar{y}-y_0)(\bar{y}-y_2)}{(y_1-y_0)(y_1-y_2)}f(x_1,y_1) + \frac{(\bar{y}-y_0)(\bar{y}-y_1)}{(y_2-y_0)(y_2-y_1)}f(x_1,y_2) \quad (1.5)$$

$$f_2(x_2,\bar{y}) = \frac{(\bar{y}-y_1)(\bar{y}-y_2)}{(y_0-y_1)(y_0-y_2)}f(x_2,y_0) + \frac{(\bar{y}-y_0)(\bar{y}-y_2)}{(y_1-y_0)(y_1-y_2)}f(x_2,y_1) + \frac{(\bar{y}-y_0)(\bar{y}-y_1)}{(y_2-y_0)(y_2-y_1)}f(x_2,y_2) \quad (1.6)$$

Sekarang jika $x = \bar{x}$, maka $f(x,\bar{y})$ adalah fungsi satu variabel *x*. Karena $x = x_0$ , $x = x_1, x = x_2$ membatasi $x = \bar{x}$ maka interpolasi $f(x,\bar{y})$ untuk mendapatkan $f(\bar{x},\bar{y})$. Kembali dengan menggunakan bentuk umum polinom interpolasi Lagrange orde kedua, maka:

$$f_2(\bar{x},\bar{y}) = \frac{(\bar{x}-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}f_2(x_0,\bar{y}) + \frac{(\bar{x}-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}f_2(x_1,\bar{y}) + \frac{(\bar{x}-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}f_2(x_2,\bar{y}) \quad (1.7.a)$$

bentuk umum persamaan (1.7a) dapat ditulis:

$$f_2(\bar{x},\bar{y}) = L_{2.0}(\bar{x})f_2(x_0,\bar{y}) + L_{2.1}(\bar{x})f_2(x_1,\bar{y}) + L_{2.2}(\bar{x})f_2(x_2,\bar{y}) \quad (1.7.b)$$

dimana $f_2(x_0,\bar{y})$ , $f_2(x_1,\bar{y})$ dan $f_2(x_2,\bar{y})$ diberikan oleh

$$f_2(x_0,\bar{y}) = L_{2.0}(\bar{y})f(x_0,y_0) + L_{2.1}(\bar{y})f(x_0,y_1) + L_{2.2}(\bar{y})f(x_0,y_2),$$
$$f_2(x_1,\bar{y}) = L_{2.0}(\bar{y})f(x_1,y_0) + L_{2.1}(\bar{y})f(x_1,y_1) + L_{2.2}(\bar{y})f(x_1,y_2), \quad (1.7.c)$$
$$f_2(x_2,\bar{y}) = L_{2.0}(\bar{y})f(x_2,y_0) + L_{2.1}(\bar{y})f(x_2,y_1) + L_{2.2}(\bar{y})f(x_2,y_2)$$

Dengan prosedur yang sama , dapat diturunkan formula untuk interpolasi dua dimensi orde 3 (biikubik) yang dapat ditulis ke dalam bentuk berikut:

$$f_3(\bar{x},\bar{y}) = L_{3.0}(\bar{x})f_3(x_0,\bar{y}) + L_{3.1}(\bar{x})f_3(x_1,\bar{y}) + L_{3.2}(\bar{x})f_3(x_2,\bar{y}) + L_{3.3}(\bar{x})f_3(x_3,\bar{y}) \quad (1.8.a)$$

dimana $f_3(x_0,\bar{y})$ , $f_3(x_1,\bar{y})$ ,$f_3(x_2,\bar{y})\ dan\ f_3(x_3,\bar{y})$ diberikan oleh:

$$f_3(x_0,\bar{y}) = L_{3.0}(\bar{y})f(x_0,y_0) + L_{3.1}(\bar{y})f(x_0,y_1) + L_{3.2}(\bar{y})f(x_0,y_2) + L_{3.3}(\bar{y})f(x_0,y_3)$$

$$f_3(x_1,\bar{y}) = L_{3.0}(\bar{y})f(x_1,y_0) + L_{3.1}(\bar{y})f(x_1,y_1) + L_{3.2}(\bar{y})f(x_1,y_2) + L_{3.3}(\bar{y})f(x_1,y_3)$$
$$f_3(x_2,\bar{y}) = L_{3.0}(\bar{y})f(x_2,y_0) + L_{3.1}(\bar{y})f(x_2,y_1) + L_{3.2}(\bar{y})f(x_2,y_2) + L_{3.3}(\bar{y})f(x_2,y_3) \quad (1.8.b)$$
$$f_3(x_0,\bar{y}) = L_{3.0}(\bar{y})f(x_3,y_0) + L_{3.1}(\bar{y})f(x_3,y_1) + L_{3.2}(\bar{y})f(x_3,y_2) + L_{3.3}(\bar{y})f(x_3,y_3)$$

Dengan demikian dapat dirumuskan bentuk umum interpolasi dua dimensi orde-n sebagai berikut:

$$f_n(\bar{x},\bar{y}) = \sum_{i=0}^{n} L_{n.k}(\bar{x}).f_n(x,\bar{y}) \quad (1.9.a)$$

dimana

$$L_{n.k}(\bar{x}) = \prod_{\substack{k=0\\ j\neq k}}^{n} \frac{\bar{x}-x_k}{x_j-x_k} \text{ dan} \quad (1.9.b)$$
$$f_n(x_n,\bar{y}) = \sum_{i=0}^{n} L_{n.k}(\bar{y})f(x,y)$$

yang mana $L_{n.k}(\bar{y})$ diberikan oleh

$$L_{n.k}(\bar{y}) = \prod_{\substack{k=0\\ j\neq k}}^{n} \frac{\bar{y}-y_k}{y_j-y_k} \quad (1.9.c)$$

### *2. Interpolasi dua dimensi berdasarkan bentuk umum polinom interpolasi Newton*

Akan diselesaikan dengan menggunakan interpolasi liniear masalah pada tabel 3 berdasarkan bentuk umum polinom interpolasi Newton. Akan ditentukan terlebih dahulu dua nilai yang mengapit $v_1 = 3$ yaitu $v_1 = 2 \; dan \; v_1 = 4$ dua nilai $v_2$ yang mengapit nilai $v_2 = 6$ yakni $v_2 = 5 \; dan \; v_2 = 7$. Selanjutnya masing-masing nilai $v_1$ ini akan dikenakan interpolasi untuk mendapatkan nilai $f_{0.01}(v_1, 6)$. Setelah itu barulah kita dapat melakukan interpolasi untuk mendapatkan $f_{0.01}(3{,}6)$.

$$\begin{aligned}
f_{0.01}(2{,}6) &= f(2{,}5) + \frac{f(2{,}7)-f(2{,}5)}{7-5}(6-5)\\
&= 13.27 + \frac{9.55-13.27}{7-5}(6-5)\\
&= 11.41\\
f_{0.01}(4{,}6) &= f(4{,}5) + \frac{f(4{,}7)-f(4{,}5)}{7-5}(6-5)\\
&= 11.39 + \frac{7.85-11.39}{7-5}(6-5)\\
&= 9.62
\end{aligned}$$

Sampai di dua titik ini telah diperoleh $f_{0.01}(2{,}6) dan\, f_{0.01}(4{,}6)$, ini berarti untuk $f_{0.01}(3{,}6)$ yang dibatasi oleh nilai $f_{0.01}(2{,}6) dan\, f_{0.01}(4{,}6)$ dapat ditentukan dengan menggunakan interpolasi yang dilakukan sekali lagi $f_{0.01}(3{,}6) = f(2{,}6) + \frac{f(4{,}6)-f(2{,}6)}{4-2}(3-2) = 10.52$. Telah didapatkan nilai interpolasi $f_{0.01}(3{,}6)$ dengan menggunakan metode interpolasi polynomial Newton yakni $10.52$. Harganya yang benar adalah $f_{0.01}(3{,}6) = 9.78$

Dengan mengasumsikan ketelitian ini mencukupi, selanjutnya akan diformulasikan formula interpolasi liniear dalam dua variabel (Biliniear) berdasarkan bentuk umum polinom interpolasi Newton.. Jika $f_\alpha(v_1, v_2)$ dimisalkan menjadi $f(x, y)$ dimana $x$ menyatakan $v_1 dan\, y$ menyatakan $v_2$. Jika ingin dihitung nilai $f(x, y)$ untuk $x = \bar{x}\ dan\ y = \bar{y}$ pertama tentukan terlebih dahulu dua titik $x$ yang membatasi $x = \bar{x}$, misalnya $x = x_0 dan\ x = x_1$ dan dua titik $y$ yang membatasi nilai $y = \bar{y}$ misalnya $y = y_0$ dan $y = y_1$. Untuk $x = x_0\ dan\ x = x_1$, fungsi $f(x_0, y)$ dan $f(x_1, y)$ adalah fungsi satu variabel $y$. Interpolasi secara liniear untuk menaksir $f(x_0, \bar{y})$. Selanjutnya berdasarkan bentuk umum interpolasi polynomial Newton orde 1 $f_1(x) = f(x_0) + \frac{[f(x_1) - f(x_0)]}{x_1 - x_0}(x - x_0)$ maka:

$$f_1(x_0, \bar{y}) = f(x_0, y_0) + \frac{\big(f(x_0, y_1) - f(x_0, y_0)\big)}{y_1 - y_0}(\bar{y} - y_0) \qquad (1.10)$$

Serupa untuk $x = x_1$, diinterpolasi dan diperoleh:

$$f_1(x_1, \bar{y}) = f(x_1, y_0) + \frac{\big(f(x_1, y_1) - f(x_1, y_0)\big)}{y_1 - y_0}(\bar{y} - y_0) \qquad (1.11)$$

Proses interpolasi ini disebut dengan *interpolasi dalam arah y*,*dan x dibuat tetap*.Sekarang jika $x = \bar{x}$, maka $f(x, \bar{y})$ adalah fungsi satu variabel *x*. Karena $x = x_0\ dan\ x = x_1$ membatasi $x = \bar{x}$ maka interpolasi $f(x, \bar{y})$ untuk mendapatkan $f(\bar{x}, \bar{y})$. Kembali dengan menggunakan bentuk umum polinom interpolasi Newton orde pertama, maka:

$$f_1(\bar{x}, \bar{y}) = f_1(x_0, \bar{y}) + \frac{\big(f_1(x_1, \bar{y}) - f_1(x_0, \bar{y})\big)}{x_1 - x_0}(\bar{x} - x_0) \qquad (1.12.a)$$

bentuk umum persamaan (1.12.a)dapat ditulis:

$$f_1(\bar{x}, \bar{y}) = f(x_0, \bar{y}) + f[(x_1, \bar{y}), (x_0, \bar{y})](\bar{x} - x_0) \qquad (1.12.b)$$

Dimana $f[(x_1, \bar{y}), (x_0, \bar{y})] = \frac{(f(x_1,\bar{y}) - f(x_0,\bar{y}))}{x_1 - x_0}$ didefenisikan sebagai perbedaan terbagi pertama untuk interpolasi dalam arah *x* dan ,$f(x, \bar{y}) = f(x, y_0) + f[(x, y_1), (x, y_0)](y - y_0)$ yang mana $f[(x, y_1), (x, y_0)] = \frac{(f(x,y_1) - f(x,y_0))}{y_1 - y_0}$ didefenisikan sebagai perbedaan terbagi pertama untuk interpolasi dalam arah *y.*

Dengan prosedur yang sama akan diturunkan formula interpolasi dua dimensi orde 2 sebagai berikut:

$$f_2(\bar{x}, \bar{y}) = f(x_0, \bar{y}) + f[(x_1, \bar{y}), (x_0, \bar{y})](\bar{x} - x_0) + f[(x_2, \bar{y}), (x_1, \bar{y}), (x_0, \bar{y})](\bar{x} - x_0)(\bar{x} - x_1) \qquad (1.13)$$

dimana $f[(x_2, \bar{y}), (x_1, \bar{y}), (x_0, \bar{y})] = \frac{f[(x_2,\bar{y}),(x_1,\bar{y})] - f[(x_1,\bar{y}),(x_0,\bar{y})]}{x_2 - x_0}$ didefenisikan sebagai perbedaan terbagi kedua untuk interpolasi dalam arah *x* dan ,$f(x, \bar{y}) = f(x, y_0) + [f(x, y_1), f(x, y_0)](y - y_0) + [f(x, y_2), f(x, y_1), f(x, y_0)]\ (y - y_0)(y - y_1) = f_1(x, \bar{y}) + [f(x, y_2), f(x, y_1), f(x, y_0)]$

$(y-y_0)(y-y_1)$ yang mana $f[(x,y_2),(x,y_1),(x,y_0)] = \frac{f[(x,y_2),(x,y_1)]-f[(x,y_1),(x,y_0)]}{y_2-y_0}$ didefenisikan sebagai perbedaan terbagi kedua untuk interpolasi dalam arah *y*.

Interpolasi dua dimensi orde 3 sebagai berikut:

$$f_3(\bar{x},\bar{y}) = f(x_0,\bar{y}) + f[(x_1,\bar{y}),(x_0,\bar{y})](\bar{x}-x_0) + f[(x_2,\bar{y}),(x_1,\bar{y}),(x_0,\bar{y})](\bar{x}-x_0)(\bar{x}-x_1) + f[(x_3,\bar{y}),(x_2,\bar{y}),(x_1,\bar{y}),(x_0,\bar{y})](\bar{x}-x_0)(\bar{x}-x_1)(\bar{x}-x_2) \tag{1.14}$$

dimana $f[(x_3,\bar{y}),(x_2,\bar{y}),(x_1,\bar{y}),(x_0,\bar{y})]$ didefenisikan sebagai perbedaan terbagi ketiga untuk interpolasi dalam arah *x* dan ,$f(x,\bar{y}) = f_2(x,\bar{y}) + [f(x,y_3),f(x,y_2),f(x,y_1),f(x,y_0)](y-y_0)(y-y_1)(y-y_2)$ yang mana $f[(x,y_3),(x,y_2),(x,y_1),(x,y_0)] = \frac{f[(x,y_3),(x,y_2),(x,y_1)]-f[(x,y_2),(x,y_1),(x,y_0)]}{y_3-y_0}$ didefenisikan sebagai perbedaan terbagi ketiga untuk interpolasi dalam arah *y*.

Dengan demikian dapat dirumuskan bentuk umum interpolasi dua dimensi orde-n sebagai berikut:

$$f_n(\bar{x},\bar{y}) = f(x_0,\bar{y}) + f[(x_1,\bar{y}),(x_0,\bar{y})](\bar{x}-x_0) + \cdots + f[(x_n,\bar{y}),\ldots,(x_1,\bar{y}),(x_0,\bar{y})](x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{n-1}) \tag{1.15}$$

dimana $f[(x_n,\bar{y}),\ldots,(x_1,\bar{y}),(x_0,\bar{y})] = \frac{f[(x_n,\bar{y})\ldots(x_1,\bar{y})]-f[(x_{n-1},\bar{y})\ldots(x_0,\bar{y})]}{(x_n-x_0)}$didefenisikan sebagai perbedaan terbagi ke-n untuk interpolasi dalam arah *x* dan $f_n(x,\bar{y}) = f_{n-1}(x,\bar{y}) + f[(x,y_n),\ldots,(x,y_0)](y-y_0)(y-y_1)\ldots(y-y_n)$. Yang mana $f[(x,y_n),\ldots,(x,y_0)]$ diberikan oleh $f[(x,y_n),\ldots,(x,y_0)] = \frac{f[(x,y_n),\ldots,(x,y_1)]-f[(x,y_{n-1}),\ldots,(x,y_0)]}{y_n-y_0}$ didefenisikan sebagai perbedaan terbagi ke-n untuk interpolasi dalam arah *y*.

Berdasarkan formula di atas dapat dibuat tabel perbedaan terbagi newton untuk interpolasi dua dimensi yang diwakilkan oleh interpolasi biliniear dalam tabel 4 dan tabel 5.

**Tabel 4.** Tabel perbedaan terbagi newton untuk interpolasi dalam arah *y*

| $x_i$ | $y_i$ | $f(x_i,y_i)$ | $f[\,,\,]$ |
|---|---|---|---|
| $x_0$ | $y_0$ | $f(x_0,y_0)$ | $[f(x_0,y_1),f(x_0,y_0)] = \frac{(f(x_0,y_1)-f(x_0,y_0))}{y_1-y_0}$ |
| | $y_1$ | $f(x_0,y_1)$ | |
| $x_1$ | $y_0$ | $f(x_1,y_0)$ | $[f(x_1,y_1),f(x_1,y_0)] = \frac{(f(x_1,y_1)-f(x_1,y_0))}{y_1-y_0}$ |
| | $y_1$ | $f(x_1,y_1)$ | |

**Tabel 5.** Tabel perbedaan terbagi newton untuk interpolasi dalam arah x

Volume 2, No. 1, Mei 2021, Hal. 64-79

| ***y*** | $x_i$ | ***f(x_i,y_i)*** | ***f[ , ]*** |
|---|---|---|---|
| $\bar{y}$ | $x_0$ | $f(x_0,\bar{y})$ | $[f(x_1,\bar{y}),f(x_0,\bar{y})]=\frac{(f(x_1,\bar{y})-f(x_0,\bar{y}))}{x_1-x_0}$ |
| | $x_1$ | $f(x_1,\bar{y})$ | |

***Pembuatan Program Interpolasi Dua Dimensi dengan menggunakan Matlab***

Adapun algoritma bahasa program interpolasi dua dimensi dengan menggunakan metode interpolasi polynomial Lagrange dan Newton yang diketikkan pada M-file seperti pada gambar 1.

1. Mulai
2. Defenisikan interpolasi dalam arah y
3. Masukkan data $y, f(x,y), \bar{y}$
4. For i =1: length (y), temp= f(i)
5. For j =1:length(y)
6. If i $\neq j$, temp= temp*($\bar{y}$ - y(i))/(y(i)-y(j))
7. Tampilkan dengan angka nilai $f(x,\bar{y})$
8. Defenisikan interpolasi dalam arah x
9. Masukkan data $x, f(x,\bar{y}), \bar{x}$
10. For i =1: length (x), temp= f(i)
11. For j =1:length(x)
12. If i $\neq j$, temp= temp*($\bar{x}$ - x(i))/(x(i)-x(j))
13. Tampilkan dengan angka nilai $f(\bar{x},\bar{y})$
14. Selesai

(a)

1. Mulai
2. Defenisikan interpolasi dalam arah y
3. Masukkan data $y, f(x,y), \bar{y}$
4. Defenisikan variaabel $n = length\ (y), a(1) = f(1)$
5. For i = 2: n
6. For j = 1: n+1-i, f(j)=(f(j+1)-f(j))/(y(j+i-1)-y(j))
7. If j==i, a(i)=f(j);
8. Defenisikan variabel p=a(1)
9. For i=2:n, temp a(i)
10. For j =2:i, temp=temp*($\bar{y}$-y(j-1))
11. P=p+temp
12. Tampilkan koefisien polynomial Newton (a)
13. Tampilkan $f(x,\bar{y})$ (P)
14. Defenisikan interpolasi dalam arah x
15. Masukkan data $x, f(x,\bar{y}), \bar{x}$
16. Defenisikan variaabel $n = length\ (x), a(1) = f(1)$
17. For i = 2: n
18. For j = 1: n+1-i, f(j)=(f(j+1)-f(j))/(x(j+i-1)-x(j))
19. If j==i, a(i)=f(j);
20. Defenisikan variabel p=a(1)
21. For i=2:n, temp a(i)
22. For j =2:i, temp=temp*($\bar{x}$-x(j-1))
23. P=p+temp
24. Tampilkan koefisien polynomial Newton (a)
25. Tampilkan $f(\bar{x},\bar{y})$ (P)

(b)

**Gambar 1.** Bahasa program interpolasi dua dimensi Metode Lagrange (a) dan Newton (b)

Selanjutnya klik menu **file** > **save as** simpan dengan nama Lagrange atau Newton. Bisa juga dengan menekan tombol “F5”, program tersebut akan otomatis dijalankan oleh Matlab dan lagsung disimpan secara otomatis pula.

***Perbandingan metode interpolasi dua dimensi dalam menentukan nilai tabel sebaran F***

Untuk mendapatkan perbandingan metode-metode yang digunakan baik secara manual maupun berbantuan matlab dapat diketahui dengan menyelesaiakan masalah berikut.
Data berikut menunjukkan sebagian tabel nilai kritik sebaran $F$ $(\alpha = 0.01)$

**Tabel 6.** Tabel nilai kritik sebaran *F* (soal aplikasi)

| $v_2$ | $v_1$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **3** | **5** | **6** | **7** |
| 10 | 6.55 | 5.64 | 5.39 | 5.20 |
| 11 | 6.22 | 5.32 | 5.07 | 4.89 |
| 12 | 5.95 | 5.06 | 4.82 | 4.64 |
| 14 | 5.56 | 4.69 | 4.46 | 4.28 |

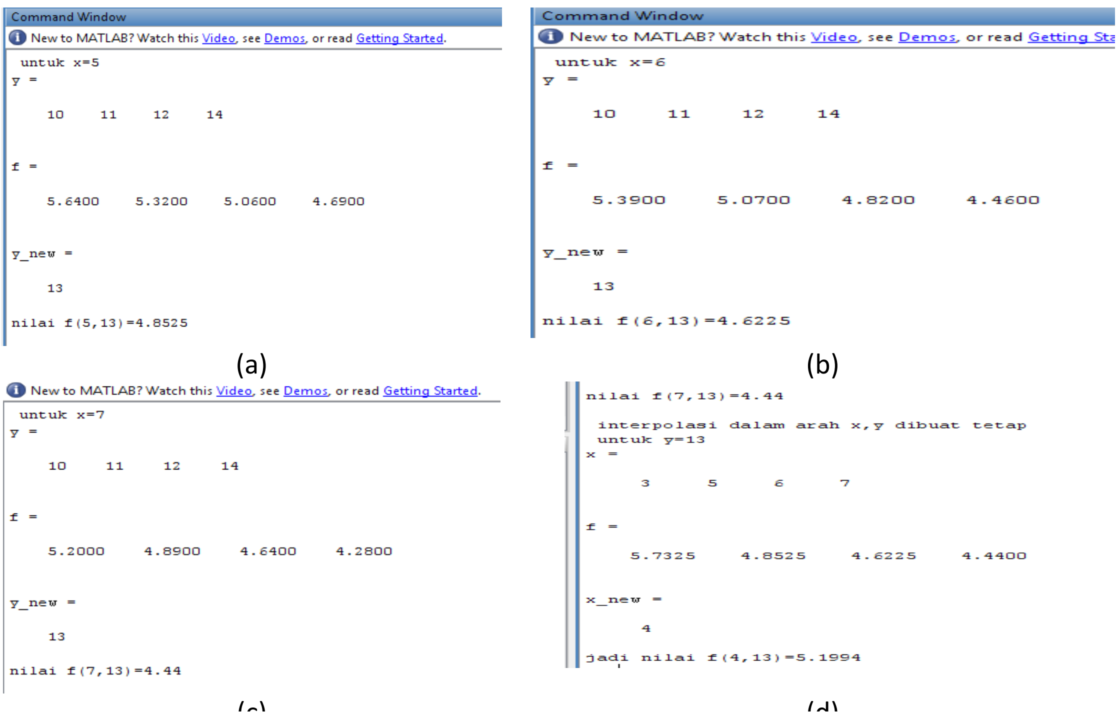
Tentukan nilai interpolasi $f_{0.01}(4{,}13)$ dan bandingkan dengan nilai eksak $f_{0.01}(4{,}13)$ = 5,21.

Penyelesaian:

Dengan menggunakan metode interpolasi polynomial Lagrange kita dapatkan $L_{3.0}(13) = \frac{2}{8}$, $L_{3.1}(13) - 1$, $L_{3.2}(13) = \frac{6}{4}$, $L_{3.3}(13) = \frac{6}{24}$. Lalu $f(3{,}13) = \frac{2}{8}f(3{,}10) + (-1)f(3{,}11) + \frac{6}{4}f(3{,}12) + \frac{6}{24}f(3{,}14) = 5.7325$, $f(5{,}13) = 4.8525$, $f(6{,}13) = 4.6225$, $f(7{,}13) = 4.44$

Selanjutnya $L_{3.0}(4) = \frac{6}{24}$, $L_{3.1}(4) = \frac{6}{4}$, $L_{3.2}(4) = -1$, $L_{3.3}(4) = \frac{2}{8}$ Sehingga $f(4{,}13) = 5.1994$

Hasil run dengan menggunakan Matlab seperti pada gambar 2.




**Gambar 2** Hasil run Matlab dengan metode interpolasi polynomial Lagrange

Dengan menggunakan metode interpolasi polynomial Newton, kita dapatkan perbedaan terbagi newton seprti pada tabel 7.

**Tabel 7.** perbedaan terbagi newton untuk interpolasi dalam arah y soal aplikasi

| $x_i$ | $y_i$ | $f(x_i, y_i)$ | $f[\ ,\ ]$ | $f[\ ,\ ,\ ]$ | $f[\ ,\ ,\ ,\ ]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 10 | 6.55 | -0.3300 | 0.0300 | -0.0013 |
| | 11 | 6.22 | -0.2700 | 0.0250 | |
| | 12 | 5.95 | -0.1950 | | |
| | 14 | 5.56 | | | |
| 5 | 10 | 5.64 | -0.3200 | 0.0300 | -0.0012 |
| | 11 | 5.32 | -0.2600 | 0.0250 | |
| | 12 | 5.06 | -0.1850 | | |
| | 14 | 4.69 | | | |
| 6 | 10 | 5.39 | -0.3200 | 0.0350 | -0.0029 |
| | 11 | 5.07 | -0.2500 | 0.2333 | |
| | 12 | 4.82 | -0.1800 | | |
| | 14 | 4.46 | | | |
| 7 | 10 | 5.20 | -0.3100 | 0.0300 | -0.0017 |
| | 11 | 4.89 | -0.2500 | 0.2333 | |
| | 12 | 4.64 | -0.1800 | | |
| | 14 | 4.28 | | | |

Sehingga $f(3,13) = 5.7325$, $f(5,13) = 4.8525$ , $f(6,13) = 4.6225$ dan $f(7,13) == 4.4400$
Selanjutnya

**Tabel 8. P**erbedaan terbagi newton untuk interpolasi dalam arah x (soal aplikasi)

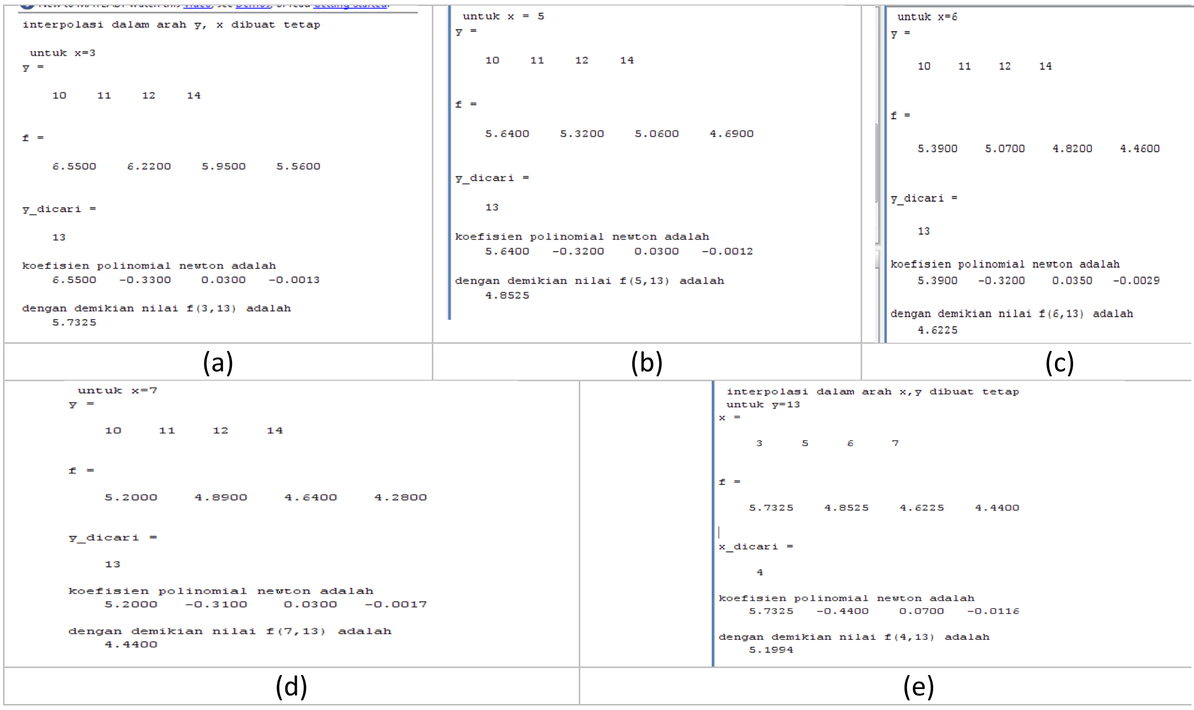
| $\bar{y}$ | $x_i$ | $f(x_i, \bar{y})$ | $f[\ ,\ ]$ | $f[\ ,\ ,]$ | $f[\ ,\ ,\ ,]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 13 | 3 | 5.7325 | -0.4400 | 0.0700 | -0.0116 |
| | 5 | 4.8525 | -0.2300 | 0.0238 | |
| | 6 | 4.6225 | -0.1825 | | |
| | 7 | 4.4400 | | | |

Sehingga $f(4,13) = 5.1994$. Adapun hasil run dengan menggunakan Matlab seperti pada gambar 3. Tabel 9 menunjukkan perbandingan hasil yang diperoleh dari metode yang telah dikerjakan.

**Tabel 9.** Perbandingan hasil interpolasi dua dimensi mengunakan metode interpolasi polynomial Lagrange dan metode interpolasi polynomial Newton

| **Metode yang digunakan** | $\boldsymbol{f(x,y)}$ | **Nilai interpolasi** | |
|---|---|---|---|
| | | **manual** | **program** |
| Interpolasi polynomial Lagrange | $f(3,13)$ | 5.7325 | 5.7325 |
| | $f(5,13)$ | 4.8525 | 4.8525 |
| | $f(6,13)$ | 4.6225 | 4.6225 |
| | $f(7,13)$ | 4.4400 | 4.4400 |
| | $f(4,13)$ | 5.1994 | 5.1994 |
| Interpolasi polynomial Newton | $f(3,13)$ | 5.7325 | 5.7325 |
| | $f(5,13)$ | 4.8525 | 4.8525 |
| | $f(6,13)$ | 4.6225 | 4.6225 |
| | $f(7,13)$ | 4.4400 | 4.4400 |
| | $f(4,13)$ | 5.1994 | 5.1994 |

Volume 2, No. 1, Mei 2021, Hal. 64-79




**Gambar 3.** Hasil run Matlab dengan metode interpolasi polynomial

Hasil perhitungan pada tabel 9 baik secara manual maupun dengan menggunakan program menunjukkan hasil yang sama. Metode interpolasi polynomial Lagrange hasil perhitungan manual sama dengan hasil perhitungan menggunakan program baik untuk setiap nilai $f(x,13) maupun\, f(4,13)$. Demikian juga pada metode interpolasi Polinomial Newton hasil perhitungan manual sama dengan perhitungan menggunakan program baik untuk koefisien polinomialnya maupun nilai $f(x,13)$dan $f(4,13)$.Dan nilai interpolasi dari kedua metode pun sama yakni $f(3,14) = 5.1994$, besarnya galat relative pun hanya 0.20% ,ini berarti nilai interpolasi yang diperoleh dekat dengan nilai eksaknya.

Dilihat dari prosedur penyelesaian manual ,kedua metode memiliki prosedur penyelesaian yang sama yakni penentuan nilai koefisien polinom terlebih dahulu kemudian nilai interpolasi dalam arah y maupun x. Perlu diketahui bahwa proses komputasi dengan menggunakan metode interpolasi polinomial Lagrange lebih lama dibandingkan metode interpolasi polynomial Newton. Hal ini disebabkan karena proses perhitungan untuk mencari koefisien polynom interpolasi Lagrange lebih rumit dibandingkan dengan proses perhitungan untuk mencari koefisien polynom interpolasi Newton. Dalam proses perhitungan untuk mencari koefisien polynom interpolasi Newton dibantu dengan menggunakan tabel perbedaan terbagi Newton. Hal ini sangat memudahkan untuk mengecek ulang apabila terjadi kesalahan,dan kesalahan perhitungan itu akan mudah dideteksi. Selain itu dalam pembuatan tabel perbedaan terbagi newton ini terdapat pola khusus yang sangat membantu dalam proses perhitungan. Pola ini akan disadari ketika mencobanya langsung.Proses Interpolasi tersebut jika dilihat dari prosedur penyelesaian dengan menggunakan program, interpolasi dengan metode interpolasi polynomial Newton lebih lama dibandingkan metode interpolasi polynomial Lagrange. Jadi, nilai interpolasi distrubsi $f_{0.01}(4{,}13) adalah$ $5.1994$ dapat dibulatkan menjadi 5.20

## KESIMPULAN

Interpolasi dua dimensi dalam tabel nilai kritik sebaran $F$ dapat dilakukan dengan menggunakan prosedur interpolasi 1 variabel secara berurutan.. Interpolasi dilakukan dengan berturut-turut melakukan interpolasi satu variabel untuk mendapatkan fungsi dekatan bagi data yang diberikan. Interpolasi dilakukan terlebih dahulu untuk salah satu variabel dan menganggap variabel yang lainnya konstan. Kemudian sekali lagi dilakukan interpolasi untuk mendapatkan polinom interpolasi ganda untuk data yang diberikan. Perkiraan nilai tengahan untuk fungsi dimaksud dapat dilakukan dengan mensubstitusikan setiap variabel bebas ke dalam interpolasi polinom interpolasi ganda yang telah diperoleh. Formula interpolasi dua dimensi dapat dibuat dengan mengacu pada bentuk umum polinom interpolasi Lagrange dan Newton. Telah dibuat suatu program interpolasi dua dimensi dengan menggunakan Matlab yaitu program yang dapat menentukan nilai tengahan suatu fungsi dalam dua variabel dengan menggunakan formula interpolasi polynomial Lagrange dan Newton. Hasil interpolasi dua dimensi dengan menggunakan kedua metode adalah sama. Metode Lagrange memiliki kelebihan dalam kesederhanaan pembuatan program namun memerlukan waktu yang cukup lama dalam penyelesaian manualnya. Sedangkan Metode Newton memiliki kelebihan dalam kesederhanaan proses kerja secara manual namun memerlukan waktu yang cukup lama dalam pembuatan program.

## DAFTAR PUSTAKA

Etter, D. M., Kunicky D. C., & Hull, D. (2003). *Pengantar Matlab 6,* terjemahan. PT Indeks kelompok Gramedia : Jakarta

Hadi, S. (1995). *Metodologi Research Jilid* 3. Metodologi Research Jilid 3. Yogyakarta: Andi Offset

Hanselman, D. & Bruce L. (2000) . *Matlab Bahasa Komputasi Teknis,* terjemahan. Andi Offset: Yogyakarta.

Karris, S. T. (2004). *Numerical Analysis using Matlab and Spreadsheets*, edisi kedua. Orchard Publications : California.

Kiusalaas, J. (2005). *Numerical Methods In Engineering With Matlab.* Cambridge University Press: New York

Kosasih, P. B. (2006). *Komputasi Numerik Teori dan Aplikasi*. Andi Offset : Yogyakarta.

Muhadjir, N. (1998). *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Yogyakarta: Rake Sarasin.

Quarteroni, A., Sacco, R., & Saler, F. (2007). *Numerical Mathematics,* edisi kedua. Springer : Berlin.

Walpole, R. E. (1995). *Pengantar Statistika Edisi ke-3*. PT Gramedi Pustaka Utama: Jakarta.

Yang, W. Y., Cao, W., Chung, T. S., & Morris, J. (2005). *Applied Numerical Methods Using Matlab.* John Wiley & Sons: Singapura.