Fraktal: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika
Volume 1, No. 1, November 2020, Hal. 12-20
Available online at https://ejurnal.undana.ac.id/fraktal

ADMISSIBILITAS DAN INADMISSIBILITAS DARI ESTIMATOR KLASIK DAN INVERS

Ch. Krisnandari Ekowati

Pendidikan Matematika, FKIP Universitas Nusa Cendana, Kupang
Email: ekowatichristine@gmail.com

Diterima (28 Agustus 2020); Revisi (14 Oktober 2020); Diterbitkan (20 November 2020)

Abstrak

Dari data berpasangan (x_1,y_1), (x_2,y_2), … , (x_n,y_n) dimana x_i tertentu atau terkontrol oleh pengamat, pengukuran xi akurat tetapi mahal biayanya atau dalam pengertian menghabiskan waktu, sedangkan yi kurang akurat tetapi lebih mudah diperoleh. Observasi yang akan datang yo dapat digunakan untuk mengestimasi xo yang tidak terobservasi, dapat diambil beberapa observasi, katakan ada k pada xo yang tidak terobservasi. Selanjutnya rumusan masalahnya adalah bagaimana menentukan admissibilitas serta inadmissibilitas dari estimator klasik dan invers.Metode penulisan dalam karya ilmiah ini adalah studi pustaka dengan mensitesa beberapa konsep tentang regresi terapan, estimasi titik, admissibilitas dan inadmissibilitas suatu estimator, kalibrasi linear. Kesimpulan akhir yang diperoleh adalah sebagai berikut: (1) Estimator klasik inadmussubilitas yang ditunjukan dengan jalan menentukan suatu estimator lain yaitu estimator dari jenis Shrinkage yang mendominasi estimator klasik, (2) Estimator invers admissibilitas yang ditentukan dengan jalan menunjukan bahwa estimator tersebut adalah mean posterior dari ξ0 untuk fungsi kerugian galat kuadrat.

Kata kunci: admissibilits, estimator klasik, estimator invers, inadmissibilitas

Abstract

From paired data (x_1, y_1), (x_2, y_2),…, (x_n, y_n) where xi is certain or controlled by the observer, the measurement of xi is accurate but expensive or time consuming, whereas yi is less accurate but easier to obtain . Future observations yo can be used to estimate the unobservable xo, several observations can be taken, say there is k on unobservable xo. Furthermore, the formulation of the problem is how to determine the admissibility and inadmissibility of classical and inverse estimators. The method of writing in this scientific paper is a literature study by synthesizing several concepts about applied regression, point estimation, admissibility and inadmissibility of an estimator, linear calibration. The final conclusions obtained are as follows: (1) The classical estimator of mobility is shown by determining another estimator, namely the estimator of the Shrinkage type which dominates the classical estimator, (2) The inverse estimator of admissibility determined by showing that the estimator is the posterior mean of the ξ0 for the squared error loss function.

Keywords: admissibilits, classical estimator, inverse estimator, inadmissibility.

PENDAHULUAN

Dalam problem kalibrasi linear, diberikan data berpasangan (x_1,y_1), (x_2,y_2), … , (x_n,y_n) dimana x_i tertentu atau terkontrol oleh pengamat. Pengukuran x_i akurat tetapi mahal biayanya atau dalam pengertian menghabiskan waktu, sedangkan y_i kurang akurat tetapi lebih mudah diperoleh (Ekowati,1998). Dari data berpasangan di atas, berhubungan yang diasumsikan linear diestimasi melalui regresi y atas x. Menggunakan hubungan ini, observasi yang akan datang y_o dapat digunakan untuk mengestimasi x_o yang tidak terobservasi, dapat diambil beberapa observasi, katakan ada k pada x_o yang tidak terobservasi (Ekowati,1998).

Dalam tulisan ini dipertimbangkan model kalibrasi linear multiunvariat dimana eksperimen kalibrasi digambarkan sebagai berikut : $y_1 = \alpha + \beta\, x_i + \varepsilon_{1i}$, i = 1,2,…,n; n≥ p +2 dan eksperimen prediksi yang digambarkan sebagai berikut : $y_{oj} = \alpha + \beta\, x_o + \varepsilon_{2j}$, j = 1,2,…,k , dimana vector $\alpha, \beta\; y_1$ dan y_{oj} , adalah anggota R^p, x_i nilai yang diketahui dari pengukuran yang teliti dan x_o adalah nilai untuk memprediksi. Diasumsikan ε_{1i} dan ε_{2j} berdistribusi independen N_p (0, $\sum$) untuk semua I dan j, i = 1,2,…,n; j=1,2,…,k dan $\sum$ suatu matriks kovarian yang tidak diketahui (Ekowati,1998).

Berdasarkan latar belakang masalah diatas, maka masalah yang akan dirumuskan adalah bagaimana menentukan admissibilitas serta inadmissibilitas dari estimator klasik dan invers. Selanjutnya manfaat yang diharapkan dari tulisan ini adalah: 1) Untuk menunjukan bahwa selain estimator klasik masih ada estimator invers, 2) Memberikan gambaran bahwa pengecekan admissibilitas dari suatu estimator sangat penting, 3) Memberikan tambahan pengetahuan bagi penggemar statistika.

METODE

Metode penulisan karya ilmiah ini adalah studi pustaka yang dimulai dengan latar belakang masalah, pengertian-pengertian dasar yang perlu dan pembahasan serta diakhiri dengan kesimpulan dan saran.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Estimator Invers Dan Klasik

Pertama diuraikan estimator klasik. Model kuadrat terkecil dari vector α dan β diberikan sebagai (Srivasta, 1990):

$\bar{\alpha} = \bar{y}$ - $\bar{\beta}\ \bar{x}$ dan $\bar{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{c_x}$

dimana $\bar{x} = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} x_i$, $\bar{y} = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} y_i$ dan $c_x = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$.

Andaikan $\overline{y_0} = k^{-1}\sum_{j=1}^{n} y_{oj}$,

$v_0 = \sum_{j=1}^{n}(y_{0j} - \overline{y_{oJ}})(y_{0j} - \overline{y_{oJ}})^t$,

$v_1 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i)(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i)^t$ (1.1)

dan $v = v_1 + v_0$ maka $\overline{y_0} - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_0 \sim N_p\,(0, a\sum)$

dengan a = (k^{-1} +n^{-1} + $\frac{(x_o - \bar{x})^2}{c_x}$), dan v ∼ w_p ($\sum$, k-1 +n-2) indenpenden, dimana w_p ($\sum$,q) adalah distribusi Wishart dengan mean q $\sum$. fungsi likelihood dari kedua statistik ini yang merupakan fungsi ari x_0 dan $\sum$ memberikan estimator klasik yang ditulis sebagai:

$\hat{x}_0 = \bar{x} + (\hat{\beta}^t v^{-1} \hat{\beta})^{-1} \hat{\beta}^t v^{-1} (\bar{y}_0 - \bar{y})$ jika $\xi_0 = (n^{-1} + k^{-1})^{-1/2} c_x^{-1/2} (x_0 - \bar{x})$, maka

$\hat{\xi}_0 = (n^{-1} + k^{-1})^{-1/2} c_x^{-1/2} (\widehat{x_0} - \bar{x})$,

$= (y^t v^{-1} y)^{-1} (y^t v^{-1} z)$, dimana

$y = c_x^{1/2} \hat{\beta} \sim N_p (\hat{\beta}x, \sum)$ dengan $\hat{\beta}x = c_x^{1/2} \hat{\beta}$

$z = [(n^{-1} + k^{-1})^{-1/2} (\overline{y_0} - \bar{y}) \sim N_p (\xi\hat{\beta}x, \sum)$ dan $v \sim W_p (\sum, q)$, $q = n + k - 3$.

Selanjutnya diuraikan estimator regresi invers. Estimator ini diperoleh melalui regresi x_i atas y_i, memberikan:

$\breve{x} = \bar{x} + \hat{\gamma}^t (\overline{y_0} - \bar{y})$, dimana

$\hat{\gamma} = \sum_{i=1}^{n} [(y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})^t]^{-1} \sum_{i=1}^{n} [(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]$

$= [Y P Y^t]^{-1} [Y P X]$

Dengan $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$

$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^t$

$1 = (1, 1, \ldots, 1)^t$ dan

$P = I - n^{-1}\, 1\, 1^t$

Dari sifat identitas $v_1 = Y P Y^t - \frac{Y w w^t Y^t}{w w^t}$, dimana v_1 terdefenisi pada (1.1) dan

$w = (x_1, \bar{x}, \ldots, x_n - \bar{x})^t$ diperoleh bahwa

$\hat{\gamma} = v_1 [\frac{Y w w^t Y^t}{w w^t}]\, Y w = \frac{v_1^{-1} Y w}{1 + \frac{w^t Y^t v_1^{-1} Y w}{w w^t}}$

Dimana v_1 dan independen.

Selanjutnya $\widetilde{x_0} = \bar{x} + \frac{w^t Y^t v_1^{-1} w (\overline{Y_0} - \bar{Y})}{1 + \frac{w^t Y^t v_1^{-1} Y w}{c_x}}$

Dari sini, dalam suku-suku dari ξ_0 diberikan sebagai :

$$\xi 0 = \frac{y^t v_1^{-1} z}{1 + y^t v_1^{-1} y} \qquad (1.2)$$

Dimana y, z dan v_1 independen yang masing-masing berdistribusi $N_p \sim (\hat{\beta}x, \sum)$, $N_p (\hat{\beta}x, \sum)$ dan $W_p (\sum, n\text{-}2)$ dengan $\beta x = c_x^{1/2} \beta$. Estimator invers biasa seperti didefenisikan diatas tidak menggunakan informasi yang termuat di dalam eksperimen prediksi untuk mengestimasi matriks kovarian. Tetapi, estimasi invers yang dimodifikasi menggunakan informasi ini dapat ditulis sebagai :

$$\widetilde{x_0} = \bar{x} + \frac{w^t Y^t v_1^{-1} w (\overline{Y_0} - \bar{Y})}{1 + \frac{w^t Y^t v_1^{-1} Y w}{c_x}} \quad \text{dan } \xi_0 = \frac{y^t v_1^{-1} z}{1 + y^t v_1^{-1} y} \qquad (1.3)$$

Jika matriks kovarian $\sum$ diketahui, estimator regresi invers dapat didefenisikan dengan mengganti v dengan $\sum$ (Drapper, 1981).

Inadmissibilitas dari Estimator Klasik

Untuk mudahnya notasi, estimator klasik ditulis sebagai δc dan estimator invers ditulis dengan δ_1. Untuk sebarang estimator δ, dipertimbangkan fungsi kerugian kuadrat yang diberikan sebagai L(ξ_0 , δ) = $(\delta - \xi_0)^2$ (Lehmann,1983).

Selanjutnya dihubungkan dengan resiko kuarat, yang diberikan sebagai: R(θ, δ) = $E_\theta[(\delta(y,z,v) - \delta_0)^2]$, θ = $(\beta, \xi_o, \sum)$ yang merupakan galat kuadrat rata-rata dari estimator. Pada bagian ini, akan ditunjukan bahwa estimator klasik δ_c inadmissibilitas untuk fungsi kerugian kuadrat (Berliner, 1993) .

Diasumsikan ;

$y \sim N_p(\eta, I)$

$z \sim N_p(\xi_o, \eta, I)$

$S = \sum^{1/2} v \sum \sim W_p(I,q)$ dengan $\eta = \sum^{1/2} \beta x$

Untuk lebih tepatnya, dipertimbangkan estimator-estimator dalam bentuk umum : δg(y,z,S) = g($y^t s^{-1} z$), dimana g adalah suatu fungsi kontinu absolut dan positif. Hal ini mencakup estimator klasik δc, yang diperoleh dengan memilih g(t) = 1/t dan estimator invers δ_I yang diperoleh dengan memilih g(t) = 1/ (1+t). resiko dari δg dapat ditulis sebagai :

$$R(\theta, \delta g) = E_\theta[\{g(y^t s^{-1} y)\, y^t s^{-1} (z - \xi_o\, \eta) + g(y^t s^{-1} z)\, y^t s^{-1}\ \eta\, \xi_o - \xi_o\}^2]$$

$$= E_\theta[\{g^2(y^t s^{-1} y)\, y^t s^{-1} (z - \xi_o\, \eta)\, (z - \xi_o\, \eta)^t s^{-1} y^t\ ] + \xi_o E_\theta[\{g(y^t s^{-1} y)\, y^t s^{-1}\, \eta - 1\}^2]$$

$$= E_\theta[\{g^2(y^t s^{-1} y)\, y^t s^{-1} y] + \xi_o E_\theta[\{g(y^t s^{-1} y)\, y^t s^{-1}\, \eta - 1\}^2]$$

$$= R_1(\theta, \delta g) + \xi_o{}^2 R_2(\theta, \delta g) \qquad (2.1)$$

Lemma 2.1

Untuk q > p

$$R_1(\theta, \delta g) = \frac{q-1}{q-p} E_\theta\ [\ g^2 (\frac{y^t y}{v}) \left(\frac{y^t\, y}{v^2}\right)]$$

Bukti

Misalkan Γ suatu matriks orthogonal dengan baris terakhir $\frac{y^t}{\|y\|}$ dimana $\|y\|$ = $(y^t\, y)^{1/2}$. Selanjutnya buat transformasi $\check{S}$ = $\Gamma\, \check{S}\, \Gamma^t$, maka diperoleh $\check{S}$ masih berdistribusi Wishart W_p(I, q) dan independen dengan y. misalkan $\check{S}$ = T T^t dengan T = $\begin{pmatrix} T_I & 0 \\ T_{I2}^t & t_{pp} \end{pmatrix}$, maka $y^t\, S^{-1}\, y = \frac{y^t y}{t_{pp}^2}$ dan

$$y^t S^{-2} y = (y^t y)\, (t_{pp}^2 + t_{pp}^4 t_{I2}^t (T_1^t\, T_1)^{-1}\, t_{I2}$$

dimana 0^t =(0,0, … , 0) yaitu vector nol dengan ukuran 1 x (p-1)

$$\check{S}^{-1} = \begin{pmatrix} \check{S}^{11} & \check{S}^{12} \\ (\check{S}^{12}) & \check{S}^{pp} \end{pmatrix} = (T_1^t\, T_1)^{-1} .$$

$$R_1(\theta, \delta g) = E_\theta[g^2(y^t s^{-1} y)\, y^t s^{-1} y]$$

$= \frac{q-1}{q-p} E_\theta$ [g^2 $(\frac{y^t y}{v}) \left(\frac{y^t\, y}{v^2}\right) \frac{q-1}{q-p}$]

$= \frac{q-1}{q-p} E_\theta$ [g^2 $(\frac{y^t y}{v}) \left(\frac{y^t\, y}{v^2}\right)$]

Selanjutnya dievaluasi R_2 $(\theta, \delta$g) dalam lemma berikut :

Lemma 2.2

Untuk q > p

R_2 $(\theta, \delta$g) = $\frac{\eta^t\eta}{q-p} E_\theta$ [g^2 $(\frac{y^t y}{v}) \left(\frac{y^t\, y}{v^2}\right)$] + $\frac{q-p-1}{q-p} E_\theta$ [g^2 $(\frac{y^t y}{v}) \left(\frac{y^t\, y}{v^2}\right)$] +

$2E_\theta$ [g^2 $(\frac{y^t y}{v}) \left(\frac{y^t\, y}{v^2}\right)$]

Catatan bahwa

R_2 $(\theta, \delta$g) = $E_\theta[\{g^2(y^t\, s^{-1}\, y)\, (y^t\, s^{-1}\, \eta\}^2] + 2E_\theta[g^2\, (y^t\, s^{-1}\, y)\, y^t\, s^{-1}\, \eta] + 1$

Bukti

Pertama dihitung $E_\theta[g^2(y^t\, s^{-1}\, y)\, y^t\, s^{-1}\, \eta]$. Telah ditunjukan dalam lemma 2.1 bahwa $y^t\, s^{-1}\, y = \frac{y^t y}{t_{pp}^2}$,

selanjutnya diperoleh $g(y^t\, s^{-1}\, y)$ g ($\frac{y^t y}{t_{pp}^2}$),

secara sama $(y^t\, s^{-1}\, \eta\,)\, \frac{\|y\|}{t_{pp}^2}$ [a_2 - $a_1^t\, (T_1^{-1})^t\, t_{12}$]

dimana a = $\Gamma\, \eta = (a_1^t,\, a_2)^t$, $a_2 = \|y\|^{-1}\, y^t\, \eta$, karena $E_\theta(t_{12}) = 0$, maka

$E_\theta[g^2(y^t\, s^{-1}\, y)^2\, y^t\, s^{-1}\, \eta] = E_\theta$ [g^2 ($\frac{y^t y}{t_{pp}^2}$) ($\frac{y^t y}{t_{pp}^2}$)]

Sekarang dihitung:

$E_\theta[g^2(y^t\, s^{-1}\, y)\, (y^t\, s^{-1}\, \eta)^2]$

$= E_\theta$ [g^2 ($\frac{y^t y}{t_{pp}^2}$) ($\frac{y^t y}{t_{pp}^2}$)$(a_2^2$ -2a_2 $a_1^t\, (T_1^{-1})^t\, t_{12}$ + $a_1^t\, (T_1^{-1})^t\, t_{12}\, t_{12}^t\, T_1^{-1}$ a_1)]

$= \frac{\eta^t\eta}{q-p} E_\theta$ [g^2 ($\frac{y^t y}{t_{pp}^2}$) ($\frac{y^t y}{t_{pp}^2}$)] + $\frac{q-p-1}{q-p} E_\theta$ [g^2 ($\frac{y^t y}{t_{pp}^2}$) $\frac{(y^t\, \eta)^2}{t_{pp}^4}$]

Selanjutnya dengan menulis t_{pp}^2 = v maka terbukti bahwa :

R_2 $(\theta, \delta$g) = $E_\theta[\{g^2(y^t\, s^{-1}\, y)\, (y^t\, s^{-1}\, \eta\}^2] - 2E_\theta[g^2\, (y^t\, s^{-1}\, y)\, y^t\, s^{-1}\, \eta] + 1$

$= \frac{\eta^t\eta}{q-p} E_\theta$ [g^2 $(\frac{y^t y}{v}) \left(\frac{y^t\, y}{v^2}\right)$] + $\frac{q-p-1}{q-p} E_\theta$ [g^2 $(\frac{y^t y}{v}) \left(\frac{y^t \eta}{v^2}\right)$] -

$2E_\theta$ [g^2 $(\frac{y^t y}{v}) \left(\frac{y^t\, y}{v^2}\right)$] + 1

Resiko R$(\theta, \delta$g) diberikan dalam teorema berikut :

Teorema 2.3.

Untuk q > p resiko:

R$(\theta, \delta$g) = $\frac{q-1}{q-p} E_\theta$ [g^2 $(\frac{y^t y}{v}) \left(\frac{y^t\, y}{v^2}\right)$] + $\frac{\eta^t\eta}{q-p}\ \xi_0^2 E_\theta$ [g^2 $(\frac{y^t y}{v}) \left(\frac{y^t\, y}{v^2}\right)$] +

$$\frac{q-p}{q-p-1}\xi_0^2 E_\theta\left[\frac{q-p-1}{q-p}\, g^2\left(\frac{y^t y}{v}\right)\left(\frac{y^t \eta}{v^2}\right)-1\right]^2 - \frac{\xi_0^2}{q-p-1}$$

Dalam urutan untuk menentukan bahwa estimator δ_g mendominasi, perlu ditunjukan bahwa ada suatu estimator δ_g sedemikian hingga :

(P$_1$) $E_\theta[\ \bar{g}^2\left(\frac{y^t y}{v}\right)\left(\frac{y^t\, y}{v^2}\right) \le E_\theta\ [\ g^2\left(\frac{y^t y}{v}\right)\left(\frac{y^t\, y}{v^2}\right)]$

(P$_2$) $E_\theta\ [c\bar{g}\left(\frac{y^t y}{v}\right)\left(\frac{y^t\, \eta}{v}\right)-1]^2 \le E_\theta\ [cg\left(\frac{y^t y}{v}\right)\left(\frac{y^t\, \eta}{v}\right)-1]^2$

Dimana c = $\frac{q-p-1}{q-p}$

Jelasnya, jika dipertimbangkan suatu estimator dari jenis Shringkage, yaitu :

$$\delta_g^\phi = g\,(y^t s^{-1} y)\ [\ 1 - \phi\ (y^t s^{-1} y)]\ (y^t s^{-1} z)\ ,\ 0 \le \phi < 1,$$

Maka (P$_1$) dan (P$_2$) dipenuhi. Problem ini dihubungkan ke suatu problem terkontrol yang dipertimbangkan oleh Berger, Berliner dan Zaman (1982), dimana vector mean adalah θ dari N_p (θ, I) diestimasi melalui δ terhadap kerugian $(\theta^2\ \ \delta - 1)^2$. Meskipun problem awal tidak dihubungkan ke problem terkontol ini, teknik-teknik dari tulisan dapat digunakan untuk mendapatkan suatu estimator yang memenuhi (P$_2$), dimana $\sum = \sigma^2$ I dan σ^2 tidak diketahui. Selanjutnya, pada teorema 2.3, δ_g^θ mendominasi δ_g, jika :

(i) ϕ(w) tidak naik dan $\lim_{w\to\infty}\phi(\mathrm{w}) = 0$

(ii) ϕ(w) ≤ maks { 0, ϕ_0(w)}, dimana ϕ(w) = $\inf_{j\ge 0}(1 - I_j)$, dan

$$I_j = \frac{2b-2+2j}{1+2j}\ \frac{\int_0^w \bar{g}(z) z^{a+j}(1+z)^{-b-j}dz}{\int_0^w \bar{g}^2(z) z^{a+j}(1+z)^{-b-j+1}dz}\ ,\ a = \frac{p}{2}\ ,\ b = \frac{q+1}{2}\ \text{dan}\ \bar{g} = cg$$

Jika $\bar{g}(w)(1+w)$ tidak naik, maka

$$I_j \le \frac{2b-2}{\bar{g}(w)(1+w)} = \frac{q-1}{cq(w)(1+w)}$$

dari sini , ϕ^T(w) = maks { 1 - $\frac{q-1}{cq(w)(1+w)}$, 0} memenuhi syarat (i) dan (ii) di atas.

Selanjutnya,

$$\delta_g^{\phi^T} = \min[\ g\,(y^t s^{-1} y), \frac{q-1}{c(1+y^t s^{-1}\, y)}]\ y^t s^{-1} z \text{ mendominasi } \delta_g$$

Seeing δ^T $(y^t s^{-1} y)$ = min $[(y^t s^{-1} y), \frac{(q-p)(q-1)}{(q-p-1)(1+y^t s^{-1}\, y)}]\ y^t s^{-1} z$

Mendominasi estimator klasik δ_c , dan konsekuensinya δ + c adalah inadmissible. Jadi terlihat bahwa estimator klasik δ_c adalah suatu estimator yang inadmissible.

Admissibilitas Dari Estimator Regresi Invers

Estimator invers yang terdefinisikan:

$\bar{\xi_0} = \frac{y^t s^{-1}\, z}{1+y^t s^{-1}\, y}$ dimana y^t z dan v indenpenden yang masing-masing berdistribusi $N_p \sim (\beta x, \sum)$, N_p

$(\xi_0\beta$x, $\sum$) dan W_p ($\sum$, q) dengan βx = $c_x^{1/2}$ β dan q= n+k-3

Selanjutnya untuk membuktikan admissibilitas, dipertimbangkan distribusi prior proper untuk semua parameter, tidak hanya untuk ξ_0 seperti telah dikerjakan dalam literature. Ditunjukan δ_I melalui prosedur Bayes dan admissible (Berger, 1982). Didefenisikan :

A = V + y y^t + z z^t (3.1)

Dimana V~ W_p ($\sum$, q), maka fungsi densitasnya adalah :

$$w(v; \sum , q) = \frac{|v|^{\frac{q-p-1}{q}} \exp(-\frac{1}{2}tr(v\Sigma^{-1}))}{2^{\frac{qp}{2}}\prod^{\frac{p(p-1)}{4}}|\Sigma|^{\frac{q}{2}}\prod_{i=1}^{p}\Gamma(\frac{q+1-i}{2})}$$

y~ N_p (βx, $\sum$) dimana βx = $c_x^{1/2}$ β maka fungsi densitasnya adalah:

$$f(y, \beta x, \Sigma) = (2\pi)^{-1/2}\ exp\{-\frac{1}{2}(y-\beta x)^t\Sigma^{-1}(y-\beta x)\}$$

z ~ N_p ($\xi_0\beta$x, $\sum$) maka fungsi densitasnya adalah:

$$g(z, \xi_0, \beta x, \Sigma) = (2\pi)^{-1/2} = \Sigma^{-1/2} \exp\{\{-\frac{1}{2}(z-\xi_0\beta x)^t\Sigma^{-1}(z-\xi_0\beta x)\}$$

karena v, y dan z berdistribusi secara indenpenden, fungsi densitas bersamanya adalah H(v,y,z) = w(v) f(y) g(z) = konst. $|v|^{\frac{q-p-1}{2}}\ |\Sigma|^{\frac{q+2}{2}}$

$$\text{Etr}\ \{-\frac{1}{2}\ \Sigma^{-1}[\ A- 2\ y\ \beta^t x - 2\ z\ \xi_0\beta^t x + (1+\xi_0^2)\ \beta x\ \beta_x^t]\},$$

dimana Σ^{-1}= I_p + γ $γ^t$ untuk sebarang γ : p x 1 dan $(1+\xi_0^2)^{1/2}$ βx = $\sum$ γ δ untuk sebarang δ > 0.

Selanjutnya dikhususkan distribusi prior (proper) untuk , γ dan ξ_0. Fungsi densitas bersyarat dari δ^2 diberikan γ adalah :

$$p(\delta^2|\ \gamma\ ) = \text{konst.}\ \frac{(\delta^2)^{\frac{r}{2}-1}}{(1+\gamma^t\gamma\ )^{r/2}} \exp[\ -\frac{1}{2}\frac{\delta^2}{1+\gamma^t\gamma}]\ r > 3$$

distribusi marginal dari γ diasumsikan indenpenden dengan ξ_0, diberikan sebagai:

$$p(\gamma) = \text{konst.}\ ((1+\gamma^t\gamma\ )^{-q+2-r/2}$$

sehingga fungsi densitas bersama dari δ^2 dan γ adalah

$$p(\delta^2, \gamma) = \text{konstan}\ (\delta^2)^{-q+2-2r/2} \exp[\ -\frac{1}{2}\frac{\delta^2}{1+\gamma^t\gamma}]$$

selanjutnya fungsi densitas dari ξ_0 diberikan sebagai : p(ξ_0)= konst. $(1+\xi_0^2)^{-r/2}$ dari distribusi posterior dari (ξ_0, βx, $\sum$) diberikan data (yang ditulis dengan D) diberikan sebagai berikut:

$$p(\xi_0, \beta x, \Sigma \mid D)\ \alpha\ p(\xi_0)\ (\delta)^{r/2-1} \exp[\ -\frac{1}{2}\ (\delta^2 + u^t\ A\ u)].$$

$$\exp[\ -\frac{1}{2}\ \delta^2(y_0 +\ \xi_0\, z)^t + A^{-1}\ (y_0 +\ \xi_0\, z)] \qquad (3.2)$$

Dimana u = $[\gamma - \frac{\delta}{(1+\xi_0^2)^{1/2}}\ A^{-1}\ (y_0 + \xi_0\, z)]$ (2.6) diintegralkan terhadap γ diperoleh ditribusi posterior dari ξ_0 dan δ diberikan sebagai :

$$p(\xi_0 ,\delta \mid D)\ \alpha\ p(\xi_0)\ (\delta)^{r/2-1}\ \exp[\ -\frac{1}{2}\ (\delta^2)$$

exp $[\frac{\delta}{2(1+\xi_0^2)}\ (y_0 +\ \xi_0\, z)^t + A^{-1}\,(y_0 +\ \xi_0\, z)]$

misalkan B = v + y y^t dari (2.5) di peroleh:

A= v + y y^t + B + y y^t , maka

z^t A^{-1} z = $\frac{z^t B^{-1}\,z}{1+\,z^t B^{-1}\,z}$ dan $z^t A^{-1}$ y = $\frac{z^t B^{-1}\,z}{1+\,z^t B^{-1}\,z}$ sehingga

p(ξ_0 ,δ | D)α p(ξ_0) $(\delta)^{r/2\,-1}$ exp[$-\frac{1}{2}\ (\delta^2)$

exp $[\frac{\delta}{2(1+\xi_0^2)}\ (z^t\xi_0 + z^t)\ +A^{-1}(y_0 +\ \xi_0\, z)]$

= exp $[\frac{1}{2}\,\delta(\frac{1-y^t\,A^{-1}y-\delta_1^2\,(1+\,z^t B^{-1}\,z)^{-1}+\,(\xi_0\,-\,\delta_1)^2(1+\,z^t B^{-1}\,z)}{(1+\xi_0^2)})$ p(ξ_0) $(\delta)^{r/2\,-1}$

Dimana $\delta_1 = z^t B^{-1}\,z = \frac{z^t V^{-1}\,z}{1+\,y^t V^{-1}\,y}$, selanjutnya misalkan

D_1 = $1 - y^t\ A^{-1}y - \delta_1^2\ (1+\ z^t B^{-1}\,z)^{-1}$ diperoleh distribusi posterior dari ξ_0 , yaitu:

p(ξ_0 | D) = $[(\xi_0\ - \delta_1^2)(1+\ z^t B^{-1}\,z)^{-1} + D_1]^{-r/2}$ karena δ_1 adalah mean posterior dari ξ_0, maka δ_1 admisible untuk fungsi kerugian galat kuadrat

KESIMPULAN

Berdasarkan uraian di atas, maka dapat disimpulkan bahwa :

1. Estimator klasik inadmussubilitas yang ditunjukan dengan jalan menentukan suatu estimator lain yaitu estimator dari jenis Shrinkage yang mendominasi estimator klasik.
2. Estimator invers admissibilitas yang ditentukan dengan jalan menunjukan bahwa estimator tersebut adalah mean posterior dari ξ_0 untuk fungsi kerugian galat kuadrat.

Untuk memperkaya karya ilmiah ini, diarankan untuk melanjutkan tulisan ini tentang ketakbiasaan estimator klasik dan estimator invers

DAFTAR PUSTAKA

Berger, J. O, Berliner, L. M., & Zaman, A. (1982). *General Admissibility Result for Estimation in a Control Problem*. Ann. Statis. 10, 838-856.

Berliner, L. M. (1993). *Improving on Inadmissible Estimators in Control Problem*. Ann. Statis. II, 814-826

Drapper, N. R, Smith, H. (1981). *Analisis Regresi Terapan*. PT. Gramedia Jakarta

Ekowati, Ch. K. (1998). *Perbandingan Estimator Klasik dan Estimator Invers dalam Kalibrasi Linear Multi-Univariat*. Thesis: UGM Yogyakarta Perss

Lehmann, E. L. (1983). *Theory of Point Estimation*. John Wiley & Sons,Inc.

Sen, A & Srivastava, M. S. (1990). *Regression Analysis : Theory, Methods and Application*. Springer-Verlag. New York.